



FINANČNA MATEMATIKA 1

1. kolokvij

19. april 2010

Ime in priimek: _____

Vpisna številka: _____

Pazljivo preberite besedilo naloge, preden se lotite reševanja. Naloge so 3, rešiti morate vse. Skupaj lahko zberete 50 točk. Veljale bodo samo rešitve na papirju, na katerem so naloge.

Vse odgovore utemeljite. Na voljo imate 110 minut. Veliko uspeha!

Naloga	a	b	c	d	Skupaj
1.				•	
2.					
3.					
Skupaj	•	•	•	•	

1. naloga [15 točk]

Podana je naslednja časovna struktura trenutnih netveganih moči obresti:

T	0.25	0.5	0.75	1	1.25	1.5
$Y(0, T)$	1.50%	1.75%	2.20%	2.45%	2.90%	3.35%

Trenutna cena delnice podjetja Aaa znaša 60 EUR. Čez 9 mesecev bo izplačala dividendo v višini 5 EUR.

- Radi bi sklenili terminski posel za nakup delnice podjetja Aaa čez 1 leto. Izračunajte izročitveno ceno K_1 , ki je zapisana v poslu, in začetno vrednost sklenjenega posla.
- Investitor je že pred pol leta sklenil terminski posel za prodajo delnice Aaa v času 1 z izročitveno ceno $K_2 = 55$ EUR. Izračunajte vrednost tega posla s stališča investitorja.
- Kako bi določili sedanjo vrednost dividend delnice Aaa v obdobju $[0, 1]$, če bi delnica v času $t = \frac{3}{4}$ izplača 10% njene vrednosti iz časa $t = \frac{1}{2}$, torej $0.1 \cdot S_{\frac{1}{2}}$? Pripravite strategijo, ki ponuja natanko taka izplačila, in določite njeno začetno ceno.

Nasvet: Izračunajte terminsko moč obresti $Y(0, \frac{1}{2}, \frac{3}{4})$ in premislite, kako jo uporabiti.

2. naloga [15 točk]

Naj bo časovna struktura trenutnih moči obresti $Y(0, T)$ v vsakem trenutku podana s funkcijo $Y(0, T) = F(T)$, kjer je funkcija F odvedljiva. Naj bo $0 < T < U$.

(a) Izrazite terminsko moč obresti $Y(0, T, U)$ s funkcijo F .

(b) *Intenzivnost terminske obrestne mere (instantaneous forward rate)* $f(0, T)$ je definirana kot

$$f(0, T) = \lim_{U \searrow T} Y(0, T, U).$$

Pokažite, da velja

$$f(0, T) = F(T) + T \cdot F'(T).$$

(c) Nelson-Sieglov model časovne strukture moči obresti uporablja naslednjo funkcijo

$$F(T) = \beta_0 + (\beta_1 + \beta_2) \frac{1 - e^{-T/\alpha}}{T/\alpha} - \beta_2 e^{-T/\alpha},$$

kjer je $\alpha > 0$. Izračunajte $\lim_{T \searrow 0} F(T)$ in $\lim_{T \rightarrow \infty} F(T)$ ter intenzivnost terminske obrestne mere za Nelson-Sieglov model.

(d) Pojasnite vpliv parametra α na obliko časovne strukture moči obresti iz Nelson-Sieglovega modela.

3. naloga [20 točk]

Vse obrestne mere v nalogi so *nominalne*, obrestovanje pa je *mesečno*.

Mladi par se pozna že dlje časa in se odloči za nakup lastnega stanovanja. Na odlični lokaciji sta našla stanovanje, ki danes stane 120 000 EUR. Ker nimata privarčevanih sredstev, bosta pri banki najela kredit.

- (a) Banka jima ne dovoli najema kredita v znesku celotne vrednosti stanovanja, temveč le v višini 80% njegove vrednosti. Preostalih 20% je treba ob nakupu plačati v gotovini. Par je zato prisiljen varčevati. Banka ponuja mesečno obročno varčevanje s 6% obrestno mero. Upoštevajte, da par lahko mesečno privarčuje 800 EUR ter da se cena stanovanja s časom ne spreminja. Čez *najmanj* koliko mesecev bo par lahko kupil stanovanje? Privzemite, da je bil prvi obrok v varčevalni shemi vplačan v času 0 ter da je zadnji vplačani obrok lahko manjši od 800 EUR.
- (b) V trenutku, ko bo par privarčeval dovolj denarja za polog, bo kupil stanovanje. 80% vrednosti bo plačal s kreditom z odplačilno dobo 20 let in enakimi mesečnimi obroki, prvi bo plačan mesec po nakupu. Preverila sta ponudbo dveh bank. Banka A ponuja kredit s fiksno obrestno mero 7%, banka B pa kredit, ki se prvih 10 let obrestuje po obrestni meri 8%, zadnjih deset let po 6%. Kakšen je mesečni obrok pri banki A in kakšen pri banki B?
- (c) Opisno pojasnite, zakaj se mesečna obroka iz naloge (b) razlikujeta, čeprav banki v povprečju ponujata enaki obrestni meri.
- (d) Par se je odločil za banko A. 10 let po najemu kredita (to je po plačilu 120. obroka) se družina znajde v finančnih težavah ter banko prosi za reprogramiranje kredita. Banka ji odobri podaljšanje dobe odplačevanja za 10 let, a pri tem doda 0.5% pribitek na staro obrestno mero. Nova obrestna mera je zato 7.5%. Izračunajte, koliko znaša novi mesečni obrok.