1. naloga [15 točk]

Privzemite naslednjo časovno strukturo netveganih moči obresti za evre in britanske funte (GBP).

t	0.25	0.50	0.75	1.00
$Y^{EUR}(0,t)$	0.75%	1.05%	1.25%	1.40%
$Y^{GBP}(0,t)$	1.00%	1.25%	1.40%	1.60%

Današnji menjalni tečaj med valutama znaša 0.8260 GBP za 1 EUR.

5 (a) Naj netvegana 15-mesečna moč obresti za evre znaša 1.55%. Določite netvegano moč obresti za funte z enakim dospetjem, če veste, da je v standardnem valutnem terminskem poslu take ročnosti zapisan menjalni tečaj 0.8285 GBP za 1 EUR.

(b) Slovenska finančna institucija ima sklenjen terminski posel za prodajo 1 000 000 GBP čez 3 mesece po menjalnem tečaju 0.8250 GBP za 1 EUR. Določite vrednost tega posla s stališča finančne institucije.

4 (c) Privzemite, da banka v Sloveniji brezplačno ponuja sklenitev valutnega terminskega posla z ročnostjo čez pol leta in s terminskim menjalnim tečajem 0.8260 GBP za 1 EUR. Dokažite, da je s tem na trgu možna arbitraža (*spot-forward arbitrage*).

6 (d) Na osnovi banke in terminskega menjalnega tečaja iz (c) pripravite pregledno arbitražno strategijo in določite netvegani zaslužek.

(a) Valutni terminski posel: $d = EUR$
$f = GBP$

Danes $(t=0)$: $1f = S_0 d$

$$1\,GBP = \frac{1}{0{,}826}\,EUR \Rightarrow S_0 = \frac{1}{0{,}826} = 1{,}2107$$

15 mesecev $\left(T_1 = \frac{5}{4}\right)$: $1f = K_1 d$

$$K_1 = \frac{1}{0{,}8285} = 1{,}2070$$

$$K_1 = S_0\, e^{-T_1 Y^{GBP}(0,T_1)}\, e^{+T_1 Y^{EUR}(0,T_1)}$$ 2

$$e^{T_1 Y^{GBP}(0,T_1)} = \frac{S_0}{K_1}\, e^{T_1 Y^{EUR}(0,T_1)}$$

$$T_1 Y^{GBP}(0,T_1) = \ln\frac{S_0}{K_1} + T_1 Y^{EUR}(0,T_1)$$

$$Y^{GBP}(0,T_1) = \frac{1}{T_1}\ln\frac{S_0}{K_1} + Y^{EUR}(0,T_1) =$$

$$= \frac{1}{5/4}\ln\frac{0{,}8285}{0{,}826} + 1{,}55\% =$$

$$= \underline{\underline{1{,}79\,\%}}$$ 3

(b) Vrednotenje posla, kratka pozicija

$N = 1000000$ GBP

$K_2 = \frac{1}{0{,}825} = 1{,}2121$

$T_2 = 1/4$

$$-V^{FX} = -N\left(S_0 e^{-T_2 y^{GBP}(0,T_2)} - K_2 e^{-T_2 y^{EUR}(0,T_2)}\right) =$$

$$= -1000000\left(\frac{1}{0{,}826} \cdot e^{-\frac{1}{4}\cdot 0{,}01} - \frac{1}{0{,}825} e^{-\frac{1}{4}\cdot 0{,}0075}\right) =$$

$$= \underline{\underline{2219{,}72 \text{ EUR}}}$$

(c) Standarani posel

$T_3 = \frac{1}{2}$

$K' = S_0 = \frac{1}{0{,}826} = 1{,}2107$

pravi tečaj : $K_3 = S_0 e^{-T_3 y^{GBP}(0,T_3)} e^{+T_3 y^{EUR}(0,T_3)} =$ 3

$$= \frac{1}{0{,}826} \cdot e^{-\frac{1}{2}\cdot 0{,}0125} e^{+\frac{1}{2}\cdot 0{,}0105} = 1{,}2094 \quad \left(= \frac{1}{0{,}8268}\right)$$

$K' \neq K_3 \Rightarrow$ možna arbitraža 1

(d) Ponujajo previsok menjalni tečaj (funt je predrag)

Danes kupi funt in ga čez pol leta predrago prodaj

$t=0$: kupi $1000 \cdot D^{GBP}(0,T_3)$ GBP in jih investiraj do T_3

spposodi si $1000\, D^{GBP}(0,T_3) \cdot S_0$ EUR do časa T_3

dogovori se za prodajo 1000 GBP ob T_3 (kratka pozicija) 2

$u_0 = 0$

$t = T_3 = \frac{1}{2}$: prejmi 1000 GBP

prodaj 1000 GBP po dogovorjenem tečaju

vrni evrski kredit (z obrestmi) 2

$$u_{1/2} = +1000 \cdot K' - 1000\, D^{GBP}(0,T_3) A^{EUR}(0,T_3) =$$

$$= \frac{1000}{0{,}826} - \frac{1000}{0{,}826} e^{-\frac{1}{2}\cdot 0{,}0125} \cdot e^{+\frac{1}{2}\cdot 0{,}0105} = \underline{\underline{1{,}2101 \text{ EUR}}}$$

2

2. naloga [15 točk]

Naj bo $0 < T < U$, kjer je 0 današnji dan. Zamislimo si obrestni finančni instrument z navidezno glavnico N, ki v trenutku U izplača znesek $F = N(U-T)L(T,U)$, kjer je $L(T,U)$ navadna obrestna mera za obdobje $[T,U]$, objavljena v trenutku T.

5 (a) V času 0 pripravite strategijo, ki v prihodnosti ponuja enaka izplačila kot opisani obrestni finančni instrument.

5 (b) Dokažite, da je v trenutku 0 poštena cena opisanega instrumenta enaka

$$P_0^F = N(U-T)L(0,T,U)D(0,U)$$

Nasvet: Primerjajte podano ceno z začetno ceno strategije iz naloge (a).

Amortizacijska obveznica s spremenljivo obrestno mero (*amortizing floater*) se od klasične obveznice s spremenljivo obrestno mero razlikuje v tem, da ob vsakem kuponu imetniku povrne še del nominalne vrednosti. Če je $t_0 = 0$ današnji dan in so $t_1, \ldots, t_n$, kjer je $t_i - t_{i-1} = \Delta$, datumi kuponskih izplačil, potem kupon v trenutku t_i znaša $F_i = N_i \Delta L(t_{i-1}, t_i)$, kjer je N_i preostala nominalna vrednost v obdobju $[t_{i-1}, t_i]$.

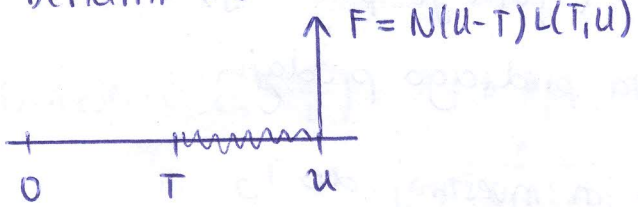
5 (c) Naj bo $N = 1000$ EUR, $\Delta = \frac{1}{2}$, floater pa naj do dospetja čez leto in pol ob vsakem kuponu izplača še tretjino svoje nominalne vrednosti.

Podana je naslednja časovna struktura navadnih obrestnih mer

t	0.5	1.0	1.5	2.0
$L(0,t)$	1.05%	1.40%	1.70%	1.95%

Določite ceno amortizacijskega floaterja ob izdaji. Odgovor utemeljite.

(a) Denarni tok



- investiraj $N\,D(0,T)$ do časa T in reinvestiraj N do časa U
  $\Rightarrow$ dobiš $N+F$ v času U
- sposodi si $N\,D(0,U)$ do časa U
  $\Rightarrow$ dobiš $-N$ v času U

skupaj dobiš ravno F v času U 5

(b) Vrednost strategije iz (a)

$N\,D(0,U) - N\,D(0,T) = N\,(D(0,U) - D(0,T))$

$\Rightarrow$ cena instrumenta mora biti $N\,(D(0,T) - D(0,U))$ 2

$$P_0^F = N(u-T)\,L(0,T,u)\cdot D(0,u) =$$

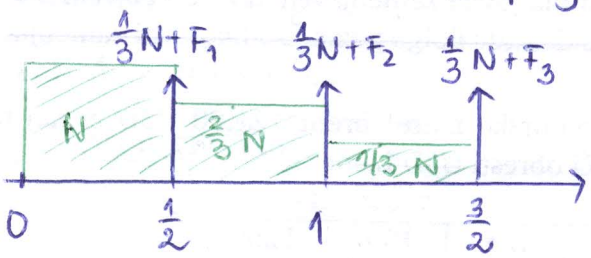
$$= N\cdot(u-T)\cdot\frac{1}{u-T}\left(\frac{1+u\,L(0,u)}{1+T\,L(0,T)}-1\right)\cdot D(0,u) =$$

$$= N\left(\frac{D(0,T)}{D(0,u)}-1\right)D(0,u) = N\left(D(0,T)-D(0,u)\right) \checkmark \quad 3$$

(c) $P_0^{FL} = 1000$ EUR

Strategija:
- investiraj N do časa $\frac{1}{2}$
- v času $\frac{1}{2}$ prejmi $N+F_1$, reinvestiraj $\frac{2}{3}N$
- v času 1 prejmi $\frac{2}{3}N+F_2$, reinvestiraj $\frac{1}{3}N$
- v času $\frac{3}{2}$ prejmi $\frac{1}{3}N+F_3$ ✓

5



$$F_1 = N\cdot\frac{1}{2}\cdot L(0,\tfrac{1}{2})$$

$$F_2 = \frac{2}{3}N\cdot\frac{1}{2}\cdot L(\tfrac{1}{2},1)$$

$$F_3 = \frac{1}{3}N\cdot\frac{1}{2}\cdot L(1,\tfrac{3}{2})$$

<u>Alternativa</u>: po točki (b) lahko $L(\frac{1}{2},1)$ in $L(1,\frac{3}{2})$ zamenjamo s terminskimi obrestnimi merami in diskontiramo denarne tokove

$$L(0,\tfrac{1}{2},1) = 2\cdot\left(\frac{1+1\cdot L(0,1)}{1+\frac{1}{2}\cdot L(0,\frac{1}{2})}-1\right) = 2\cdot\left(\frac{1+0{,}014}{1+\frac{1}{2}\cdot 0{,}0105}-1\right) = 1{,}7409\,\%$$

(2)

$$L(0,1,\tfrac{3}{2}) = 2\cdot\left(\frac{1+\frac{3}{2}\cdot L(0,\frac{3}{2})}{1+1\cdot L(0,1)}-1\right) = 2{,}2682\,\%$$

$$P_0^{FL} = \left(\frac{N}{3}+N\cdot\frac{1}{2}\cdot L(0,\tfrac{1}{2})\right)\cdot D(0,\tfrac{1}{2}) + \left(\frac{N}{3}+\frac{2N}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot L(0,\tfrac{1}{2},1)\right)D(0,1) + \left(\frac{N}{3}+\frac{N}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot L(0,1,\tfrac{3}{2})\right)D(0,\tfrac{3}{2})$$

$$= \left(\frac{1000}{3}+500\cdot 0{,}0105\right)\cdot\frac{1}{1+\frac{1}{2}\cdot 0{,}0105} + \left(\frac{1000}{3}+\frac{1000}{3}\cdot 0{,}017409\right)\cdot\frac{1}{1+0{,}014} +$$

$$+\left(\frac{1000}{3}+\frac{1000}{6}\cdot 0{,}022682\right)\cdot\frac{1}{1+\frac{3}{2}\cdot 0{,}017} = 1000 \text{ EUR} \quad (3)$$

3. naloga [20 točk]

Blagovna zamenjava (*commodity swap*) je dogovor med dvema stranema, da bosta na določene dneve v prihodnosti izmenjali denarne tokove, vezane na N enot izbranega blaga. Pri tem imetnik dolge pozicije za enoto blaga plačuje konstantno in ob sklenitvi dogovorjeno ceno K, imetnik kratke pozicije pa plačuje vsakokratno tržno ceno S_t, kjer je t dan plačila.

Naj bo dan sklenitve zamenjave označen s $t_0 = 0$ in naj bodo $t_1, \ldots, t_n$ dnevi izmenjav plačil, kjer je $t_i - t_{i-1} = \Delta$ in t_n dospetje zamenjave.

4 (a) Narišite shemo denarnih tokov za imetnika dolge pozicije v blagovni zamenjavi in pojasnite, kako je ta povezana z drugimi izvedenimi finančnimi instrumenti. Natančno specificirajte naštete instrumente.

4 (b) Privzemite, da blago ne izplačuje dividend in da zanj ni potrebno plačevati skladiščnin. Izpeljite formulo za vrednotenje blagovne zamenjave z dogovorjeno ceno K ob sklenitvi. Rezultat poenostavite.

4 (c) Pri kakšni vrednosti K bi bila začetna vrednost blagovne zamenjave iz (b) enaka 0? ~~Pojasnite pričakovanja investitorja, ki bil zainteresiran za sklenitev dolge pozicije v blagovni zamenjavi.~~

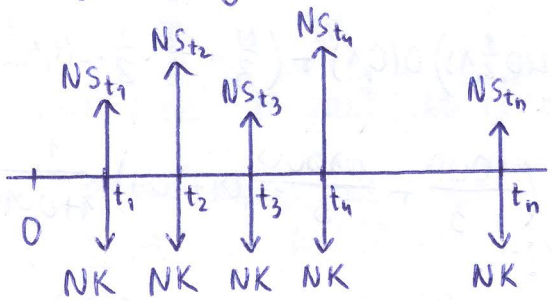
Naj bo trenutna cena sodčka lahke sladke severnomorske nafte[1] brent 120.50 USD in naj bo podana naslednja časovna struktura netvegane moči obresti USD Libor

t	2m	4m	6m	8m	10m	12m
$Y(0,t)$	0.35%	0.55%	0.75%	0.85%	0.95%	1.05%

8 (d) Obravnavamo blagovno zamenjavo, vezano na sodček nafte. Naj bo $\Delta = \frac{1}{6}$, $N = 1000$ in $n = 3$. Privzemite, da je za skladiščenje sodčka nafte potrebno plačevati 0.50 USD za dvomesečno obdobje, pri čemer se skladiščnina plačuje za nazaj. Izračunajte začetno vrednost naftne zamenjave z dogovorjeno ceno $K = 119$ USD, pri kateri se denarni tokovi izmenjujejo takoj po plačilu skladiščnin. Dolga pozicija!

Nasvet: Skladiščnine obravnavajte kot dividende z negativnim predznakom.

(a) Dolga pozicija



Denarni (neto) tok v času t_i

$$NS_{t_i} - NK = N\underbrace{(S_{t_i} - K)}_{\text{dolga pozicija v terminskem poslu}}$$ 2

Zamenjava (dolga poz.) je ekvivalentna portfelju n terminskih poslov (dolga poz.) na N enot osn. premoženja. Vsi posli imajo izročitveno ceno K. Ročnosti poslov so $t_1, \ldots, t_n$. 2

[1] Prostornina sodčka nafte je 158.9873 litrov. Lahka sladka nafta vsebuje visok delež frakcij, potrebnih za proizvodnjo bencina, kerozina in dizelskega goriva, ter majhen delež žvepla.

ⓑ $V_0^{SWAP} = \sum_{i=1}^{n} V_0^{FW_i}$

i-ti posel : $V_0^{FW_i} = N(F_0^i - K)D(0,t_i) = (S_0 A(0,t_i) - K)D(0,t_i) =$
$= S_0 - K D(0,t_i)$ 2

$$V_0^{SWAP} = \sum_{i=1}^{n} N(S_0 - K D(0,t_i)) = \underline{\underline{N(nS_0 - K\sum_{i=1}^{n} D(0,t_i))}}$$ 2

ⓒ $V_0^{SWAP} = 0$

$$nS_0 - K\sum_{i=1}^{n} D(0,t_i) = 0 \Rightarrow \underline{\underline{K = \frac{nS_0}{\sum_{i=1}^{n} D(0,t_i)}}}$$ 4

Investitor pričakuje rast cene in ohranitev na visokem nivoju.

ⓓ $\Delta = \frac{1}{6} = 2$ meseca

$N = 1000$ sodčkov

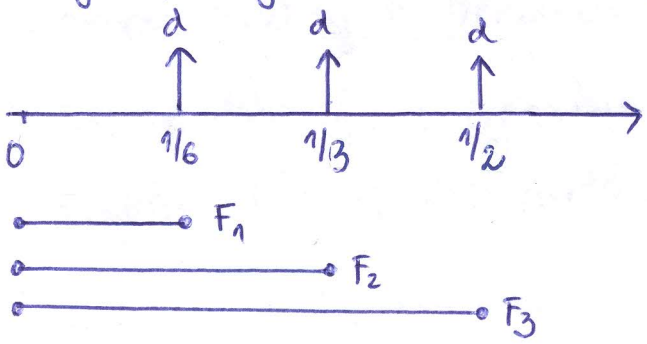
$n = 3 \Rightarrow t_n = \frac{1}{2}$ dospetje

$S_0 = 120{,}5$ USD

$d = 0{,}5$ USD

$K = 119$ USD

Vrednost dolge pozicije v zamenjavi je vsota vrednosti dolgih pozicij v 3 terminskih poslih.



Izročitvene cene, ki bi jih zapisali v posamezni posel

$$F_1 = (S_0 + d\,D(0,\tfrac{1}{6}))\cdot A(0,\tfrac{1}{6}) = S_0 A(0,\tfrac{1}{6}) + d =$$
$$= 120{,}5 \cdot e^{\frac{1}{6}\cdot 0{,}0035} + 0{,}5 = \underline{121{,}07 \text{ USD}}$$ 2

$$F_2 = (S_0 + d\,D(0,\tfrac{1}{6}) + d\,D(0,\tfrac{1}{3}))A(0,\tfrac{1}{3}) =$$
$$= (120{,}5 + 0{,}5\cdot e^{-\frac{1}{6}\cdot 0{,}0035} + 0{,}5\cdot e^{-\frac{1}{3}\cdot 0{,}0055})e^{+\frac{1}{3}\cdot 0{,}0055} = \underline{121{,}72 \text{ USD}}$$ 2

$$F_3 = \left(S_0 + \alpha D(0,\tfrac{1}{6}) + \alpha D(0,\tfrac{1}{3}) + \alpha D(0,\tfrac{1}{2}) \right) A(0,\tfrac{1}{2}) =$$

$$= \left(120{,}5 + 0{,}5 \cdot e^{-\frac{1}{6}\cdot 0{,}0035} + 0{,}5 \cdot e^{-\frac{1}{3}\cdot 0{,}0055} + 0{,}5 \cdot e^{-\frac{1}{2}\cdot 0{,}0075} \right) e^{\frac{1}{2}\, 0{,}0075} = \underline{122{,}46 \text{ USD}}$$

2

Vrednosti posameznih poslov

$$V_1 = N(F_1 - K)\, D(0,\tfrac{1}{6}) =$$

$$= 1000\,(121{,}07 - 119) \cdot e^{-\frac{1}{6}\cdot 0{,}0035} = \underline{2069{,}10 \text{ USD}}$$

$$V_2 = N(F_2 - K)\, D(0,\tfrac{1}{3}) =$$

$$= 1000\,(121{,}72 - 119)\, e^{-1/3 \cdot 0{,}0055} = \underline{2716{,}76 \text{ USD}}$$

$$V_3 = N(F_3 - K)\, D(0,\tfrac{1}{2}) =$$

$$= 1000\,(122{,}46 - 119)\, e^{-1/2 \cdot 0{,}0075} = \underline{3442{,}34 \text{ USD}}$$

Vrednost zamenjave $V_0^{SWAP} = V_1 + V_2 + V_3 =$

$$= \underline{\underline{8228{,}20 \text{ USD}}}$$

2

Alternativa:

(b) Imetnik dolge pozicije

- plača $N \cdot K$ v trenutkih $t_1, \dots, t_n$
- $\underbrace{\text{prejme } N \cdot S_{t_i}}$ v trenutku t_i; $i = 1, \dots, n$

tak denarni tok dobimo s prodajo N enot blaga v trenutku t_i, zato je njegova sedanja vrednost NS_0

$$V_0^{SWAP} = -N \cdot K \cdot D(0,t_1) - \dots - N \cdot K \cdot D(0,t_n) + NS_0 + \dots + N \cdot S_0 =$$

$$= n \cdot N \cdot S_0 - N \cdot K \cdot \left(D(0,t_1) + \dots + D(0,t_n) \right) =$$

$$= \underline{\underline{N \left(nS_0 - K \sum_{i=1}^{n} D(0,t_i) \right)}}$$

(d) Imetnik dolge pozicije

- plača $1000 \cdot 119$ v trenutku $\frac{1}{6}$
- plača $1000 \cdot 119$ v trenutku $\frac{1}{3}$
- plača $1000 \cdot 119$ v trenutku $\frac{1}{2}$

- prejme $1000\, S_{\frac{1}{6}}$ v trenutku $\frac{1}{6}$
- prejme $1000\, S_{\frac{1}{3}}$ v trenutku $\frac{1}{3}$
- prejme $1000\, S_{\frac{1}{2}}$ v trenutku $\frac{1}{2}$

za te denarne tokove danes kupi 3000 sodčkov nafte in jih postopno prodajaj. V času $\frac{1}{6}$ plačaj skladiščnino za 3000 sodčkov, v $\frac{1}{3}$ za 2000 sodčkov in v $\frac{1}{2}$ za 1000 sodčkov

$$V_0^{SWAP} = -1000 \cdot 119 \left(e^{-\frac{1}{6} \cdot 0{,}0035} + e^{-\frac{1}{3} \cdot 0{,}0055} + e^{-\frac{1}{2} \cdot 0{,}0075} \right)$$

$$+ 3000 \cdot 120{,}5 + 3000 \cdot 0{,}5 \cdot e^{-\frac{1}{6} \cdot 0{,}0035} + 2000 \cdot 0{,}5\, e^{-\frac{1}{3} \cdot 0{,}0055} +$$

$$+ 1000 \cdot 0{,}5 \cdot e^{-\frac{1}{2} \cdot 0{,}0075} = \underline{\underline{8228{,}20 \text{ USD}}}$$