Univerza *v Ljubljani*
Fakulteta za *matematiko in fiziko*

FINANČNA MATEMATIKA 1

1. kolokvij

15. april 2013

Ime in priimek: _____ Vpisna številka: _____

Pazljivo preberite besedilo naloge, preden se lotite reševanja. Naloge so 3, rešiti morate vse. Skupaj lahko zberete 50 točk. Veljale bodo samo rešitve na papirju, na katerem so naloge.

Pazite na zadostno natančnost pri računanju. Vse odgovore utemeljite.
Na voljo imate 120 minut. Veliko uspeha!

Naloga	a	b	c	d	Skupaj
1.					
2.				•	
3.					
Skupaj	•	•	•	•	

1. naloga [15 točk]

Znana je naslednja časovna struktura netveganih moči obresti

t	0.5	1.0	1.5	2.0
$Y(0,t)$	1.20%	1.35%	1.55%	1.90%

Finančna institucija je izdala dveletno kuponsko obveznico, ki izplačuje letne kupone po 4% nominalni obrestni meri. Nominalna vrednost obveznice je 100 EUR, prvi kupon pa bo izplačan čez natanko eno leto.

(a) Določite ceno in Fisher-Weilovo trajanje obveznice.

Pomoč: Fisher-Weilovo trajanje obveznice je uteženo povprečje kuponskih datumov, v katerem so uteži enake deležem cene obveznice, ki pripadajo ustreznim denarnim tokovom. Pri tem za diskontiranje uporabimo originalno časovno strukturo moči obresti.

(b) Kolikšna bi morala biti nominalna obrestna mera obveznice, da bi Fisher-Weilovo trajanje obveznice znašalo 1.8 let?

(c) Finančna institucija želi trgovati s terminskimi posli, napisanimi na kuponsko obveznico. Naj bo ročnost poslov 1 leto, tik po izplačilu takratnega kupona. Določite izročitveno ceno v poslu tako, da bo danes vrednost posla enaka 0.

(d) Pokažite, da si investitor lahko s portfeljem terminskih poslov iz naloge (c) zagotovi vnaprej znano moč obresti za investicijo zneska 100 000 EUR v obdobju $[1,2]$. Določite to moč obresti in pojasnite, zakaj se ujema z $Y(0,1,2)$.

2. naloga [15 točk]

Na tvegan vrednostni papir S v času 0 napišemo dve evropski prodajni opciji, obe z zapadlostjo T. Prva opcija ima izvršilno ceno K_1, njena trenutna (v času 0) premija na trgu pa je p_1. Druga opcija ima izvršilno ceno K_2 in trenutno premijo na trgu p_2. Privzemite, da je $K_1 \leq K_2$.

(a) S konstrukcijo dveh arbitražnih strategij dokažite, da na trgu brez arbitraže velja

$$0 \leq p_2 - p_1 \leq (K_2 - K_1) \cdot D(0, T).$$

Na vrednostni papir S v času 0 napišemo še dve evropski nakupni opciji, obe z zapadlostjo T. Prva opcija z izvršilno ceno K_1 ima premijo c_1, druga z izvršilno ceno K_2 pa premijo c_2.

(b) Naj bo trenutna cena vrednostnega papirja S enaka S_0. Zapišite paritetni enačbi, ki povezujeta premije c_1, c_2, p_1 in p_2.

(c) Določite spodnjo in zgornjo mejo za razliko premij $c_1 - c_2$.

3. naloga [20 točk]

Proizvodno podjetje pri delu uporablja tri enake stroje, ki jih želi zamenjati z novejšimi in energijsko bolj učinkovitimi. En nov stroj stane 100 000 EUR. Podjetje nima privarčevanih sredstev, zato se z banko dogovori za najem kredita z odplačilno dobo 10 let in polletnimi obroki; prvi obrok bo plačan šest mesecev po najemu kredita. Nominalna obrestna mera za kredit znaša 6%. Podjetje banko zaprosi za tri različne ponudbe.

(a) V prvi ponudbi podjetje danes zamenja vse 3 stroje in v prihodnosti le še odplačuje kredit. Določite anuiteto opisanega kredita.

(b) Zaradi neprekinjenega poslovanja podjetje želi hkrati menjati po le en stroj, zato bi prvega zamenjali takoj, drugega čez eno leto, tretjega pa čez dve leti. Druga ponudba kredita zato vsebuje postopno črpanje glavnice v treh enakih zneskih tik pred menjavo posameznega stroja, časovna shema odplačevanja pa ostane nespremenjena. Določite anuiteto opisanega kredita.

(c) Podjetje pričakuje, da bo s postopno menjavo strojev povečalo svoje prihodke. Banko prosi, da v tretji ponudbi predstavi kredit z enako časovno dinamiko kot v (b), le da je zdaj vsak obrok vračila za 2% višji od prejšnjega. Za opisani kredit določite višino prvega obroka.

(d) Podjetje sklene kredit po ponudbi iz (c). Pet let kasneje, to je po plačilu 10. obroka, je podjetje v stečaju. Kolikšno terjatev do podjetja lahko prijavi banka?