



FINANČNA MATEMATIKA 1

2. kolokvij

6. junij 2011

Ime in priimek: _____

Vpisna številka: _____

Pazljivo preberite besedilo naloge, preden se lotite reševanja. Naloge so 3, rešiti morate vse. Skupaj lahko zberete 50 točk. Veljale bodo samo rešitve na papirju, na katerem so naloge.

Pazite na zadostno natančnost pri računanju. Vse odgovore utemeljite.
Na voljo imate 110 minut. Veliko uspeha!

Naloga	a	b	c	d	Skupaj
1.					
2.				•	
3.					
Skupaj	•	•	•	•	

1. naloga [15 točk]

Privzemite, da ceno delnice in vrednost bančnega računa modeliramo z binomskim modelom s parametri $S_0 = 60$ EUR, $R = 10\%$, $u = 1.2$, $d = 0.9$ in $T = 3$.

- (a) Narišite drevo dogodkov in izračunajte vse do prihodnosti nevtralne prehodne verjetnosti.
- (b) Določite premijo pogojne terjatve z zapadlostjo 3, ki v trenutkih $t \in \{1, 2, 3\}$ izplača 2 EUR vsakič, ko je cena delnice višja od 60 EUR.
- (c) *Opcija z mejo (barrier option)* ob zapadlosti T imetniku da pravico do nakupa osnovnega premoženja po izvršilni ceni K pod pogojem, da cena osnovnega premoženja v času življenja opcije je ali ni presegla dane meje H . V nasprotnem primeru opcija konča z izplačilom 0.
Določite premijo *up-and-out* opcije z zapadlostjo $T = 2$, izvršilno ceno $K = 60$ EUR in mejo $H = 70$ EUR. Le-ta ob zapadlosti daje imetniku pravico za nakup delnice za 60 EUR pod pogojem, da cena delnice v času $[0, 2]$ ni presegla vrednosti 70 EUR.
- (d) Na delnico v času 0 zapišemo še evropsko nakupno opcijo z zapadlostjo 1 in izvršilno ceno 60 EUR. Določite njeno premijo.

2. naloga [15 točk]

V modelu trga s dvema obdobjema nastopata dva instrumenta. Prvi je bančni račun s konstantno obdobjno obrestno mero 2%, drugi pa delnica z začetno ceno $S_0 = 50$ EUR. Vrednost delnice v vsakem obdobju naraste za 2 EUR ali pade za 3 EUR. Spremembe cen v različnih obdobjih so med sabo verjetnostno neodvisne.

- (a) Narišite drevo dogodkov, ki prikazuje opisano negotovost.
- (b) Izračunajte do prihodnosti nevtralno verjetnost v modelu in dokažite, da trg ne dopušča arbitraže.
- (c) Na delnico zapišemo evropsko prodajno opcijo z zapadlostjo 2 in izvršilno ceno 51 EUR. Določite njeno izvedbeno strategijo in začetno premijo.

3. naloga [20 točk]

V enoobdobnem modelu finančnega trga lahko trgujemo z dvema delnicama S in W . Začetni ceni delnic znašata $S_0 = 10$ in $W_0 = 9$, končni pa sta podani s predpisoma

$$S_1(\omega) = \begin{cases} 10; & \omega = \omega_b \\ 10; & \omega = \omega_m \\ 12; & \omega = \omega_g \end{cases} \quad \text{in} \quad W_1(\omega) = \begin{cases} 5; & \omega = \omega_b \\ 8; & \omega = \omega_m \\ 13; & \omega = \omega_g \end{cases}$$

- Določite vektor cen stanj za obravnavani model in dokažite, da trg ne dopušča arbitraže.
- Pogojna terjatev X predstavlja dolgo pozicijo v terminskem poslu na delnico S z ročnostjo 1 in izročitveno ceno 10. Določite ceno terjatve X na trgu $\{S, W\}$. Ali je terjatev dosegljiva?
- Na trg $\{S, W\}$ želimo dodati bančni račun B z netvegano obdobjno obrestno mero R . Določite množico dopustnih obrestnih mer R , pri katerih je razširjeni trg $\{B, S, W\}$ brez arbitraže.

Opcije, katerih izplačila so odvisna od vrednosti več tveganih vrednostnih papirjev, imenujemo *mavrične opcije (rainbow options)*, pripadajočim vrednostnim papirjem pa *barve*.

Mavrična nakupna opcija na maksimum (rainbow call on max) ob zapadlosti imetniku omogoča nakup najdražjega izmed vrednostnih papirjev (barv) po vnaprej dogovorjeni izvršilni ceni K .

- Naj bo $R = 10\%$. Določite premijo mavrične nakupne opcije na maksimum z zapadlostjo 1, izvršilno ceno 9 in barvama S, W na trgu $\{B, S, W\}$.