

12. BLACK-SCHOLESOVA FORMULA

1. Cena delnice danes znaša 55 EUR, netvegana moč obresti pa je konstantna pri 6%. Prihodnjo dinamiko cene delnice lahko modeliramo z Black-Scholesovim modelom s *tendenco (drift)* 15% in *nestanovitnostjo/volatilnostjo (volatility)* 30%. Na delnico je napisana evropska nakupna opcija z zapadlostjo čez 3 mesece in izvršilno ceno 50 EUR. Delnica v tem obdobju ne bo izplačala dividend.
 - (a) Določite opcijsko premijo z uporabo Black-Scholesove formule.
 - (b) Ocenite opcijsko premijo z uporabo aproksimativnega binomskega modela z mesečnimi obdobji.
 - (c) Katerega podatka za reševanje nalog (a) in (b) niste potrebovali?

2. Na delnico s trenutno ceno S in volatilnostjo σ v trenutku 0 napišemo evropsko nakupno opcijo z zapadlostjo T in izvršilno ceno K . Naj bo netvegana moč obresti enaka Y in naj bo c premija opcije, določena z Black-Scholesovo formulo.
 - (a) Dokažite, da je $\Delta \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\partial c}{\partial S} = \Phi(d_1)$.
 - (b) Dokažite, da je opcijska premija c naraščajoča in konveksna funkcija parametra S .

Domača naloga

1. (Pisni izpit 4.7.2011) Delnica S je danes (čas 0) vredna 12 EUR, časovna struktura netvegane moči obresti pa je konstantna pri 8%. Finančnik si je zamislil izvedeni finančni instrument X , napisan na delnico S , ki bo ob zapadlosti v trenutku $T = \frac{1}{4}$ ponujal naslednja izplačila:

$$X_T = \begin{cases} S_T - 5; & 10 \leq S_T < 15 \\ 25 - S_T; & 15 \leq S_T < 20 \\ 5; & \text{sicer} \end{cases}$$

- Skicirajte graf izplačil ob zapadlosti v odvisnosti od cene delnice S_T .
- Dokažite, da je možno izplačila finančnega instrumenta X predstaviti kot izplačila portfelja klasičnih evropskih opcij (opcijske strategije) in bančnega računa. Natančno opišite portfelj.
- Dokažite, da je možno izplačila finančnega instrumenta X predstaviti kot izplačila portfelja samo klasičnih evropskih opcij (opcijske strategije)¹. Natančno opišite portfelj.

Privzemite, da ceno delnice modeliramo z Black-Scholesovim modelom z 10% tendenco in 40% volatilnostjo.

- Z opisanim Black-Scholesovim modelom določite ceno pogojne terjatve X . Rešitev zapišite s pomočjo funkcije Φ .

¹Opcijsko strategijo, s katero ob zapadlosti prejmemo konstanten znesek neodvisno od cene osnovnega premoženja, imenujemo *box-spread*. Vsota premij vpletenih opcij je enaka diskontirani vrednosti končnega netveganega izplačila.