

6. OPCIJE

1. Delnica podjetja A je danes vredna $S_0 = 55$ EUR in v naslednje pol leta ne bo izplača dividend. Privzemimo naslednjo časovno strukturo netveganih moči obresti

t	2m	4m	6m
$Y(0, t)$	5.00%	5.10%	5.25%

- (a) Kaj lahko poveste o premiji evropske nakupne opcije, napisane na delnico podjetja A, z zapadlostjo 6 mesecev in izvršilno ceno $K = 56$ EUR?
- (b) Ali je možna arbitraža, če je premija opisane opcije na trgu enaka $c_0^E = 0.30$ EUR? Če da, pripravite arbitražno strategijo in določite netvegani zaslužek?
- (c) Privzemimo, da je premija opcije iz točke (a) enaka $c_0^E = 0.80$ EUR. Kaj lahko poveste o premijah evropske prodajne ter ameriške nakupne in prodajne opcije z isto izvršilno ceno in zapadlostjo?
- (d) Podjetje je ob času 0 najavilo, da bo čez 4 mesece izplačalo dividende v višini 2.50 EUR na delnico. Kako se spremenita vaša odgovora na vprašanji (a) in (b)?
2. Opcijsko strategijo *medvedov korak* (*bear spread*) v času t sestavimo kot portfelj štirih klasičnih evropskih opcij z istim osnovnim premoženjem in zapadlostjo $T > t$:
- prodaja (izdaja) prodajne opcije z izvršilno ceno A ,
 - nakup prodajne opcije z izvršilno ceno B ,
 - prodaja (izdaja) nakupne opcije z izvršilno ceno A ,
 - nakup nakupne opcije z izvršilno ceno B .
- (a) Privzemite, da je $A < B$. Določite izplačila medvedovega koraka v času T .
- (b) Privzemite, da je $A < S_t < B$. Opišite pričakovanja investitorja, ki je zainteresiran za nakup medvedovega koraka.

Domača naloga

1. (**Kolokvij 31.5.2010**) Naj bo trg popoln in naj S_t označuje ceno delnice S v trenutku t . Instrument X z izvršilno ceno $K \geq 0$ napisan na delnico S je izvedeni finančni instrument evropskega tipa, ki ob zapadlosti T svojemu imetniku ponuja izplačilo $\min\{S_T, K\}$. Instrument Y , prav tako z izvršilno ceno $K \geq 0$ in napisan na delnico S , pa je izvedeni finančni instrument evropskega tipa, ki ob zapadlosti T svojemu imetniku ponuja izplačilo $\max\{S_T, K\}$.

- (a) Dokažite, da je možno izplačila instrumenta X ob zapadlosti zapisati kot izplačilo portfelja, ki sestoji iz delnic S in klasičnih evropskih nakupnih opcij, napisanih na delnico S . Natančno opredelite portfelj in opcije.

Opomba: Če nalogo rešite grafično, rezultat še računsko dokažite.

- (b) Dokažite, da je možno izplačila instrumenta Y ob zapadlosti zapisati kot izplačilo portfelja, ki sestoji iz delnic S in klasičnih evropskih prodajnih opcij, napisanih na delnico S . Natančno opredelite portfelj in opcije.

- (c) Naj bo c_t^X cena instrumenta X v času $t \leq T$. Določite brez arbitražne meje za ceno c_t^X .

- (d) Naj bo c_t^Y cena instrumenta Y v času $t \leq T$. Dokažite, da za c_t^X in c_t^Y velja

$$c_t^X + c_t^Y = S_t + K \cdot D(t, T),$$

kjer je $D(t, T)$ diskontni faktor za obdobje $[t, T]$.

- (e) Denimo, da na trgu velja $c_t^Y < c_t^X$. Skonstruirajte arbitražo.

2. (**Izpit 17.6.2011**) Na tvegan vrednostni papir S s ceno S_t , ki ne izplačuje dividend, so izdane evropske nakupne opcije, vse z zapadlostjo T in različnimi izvršilnimi cenami K_i . V trenutku $t < T$ premijo opcije z izvršilno ceno $K_i > 0$ označimo s c_i .

- (a) Dokažite, da je na popolnem trgu brez arbitraže premija nakupne opcije *padajoča* funkcija izvršilne cene. To pomeni, da pri poljubnih K_1 in K_2 iz $K_1 \leq K_2$ sledi $c_1 \geq c_2$.

- (b) Dokažite, da je premija nakupne opcije *konveksna* funkcija izvršilne cene. Naj bo $K_1 < K_3$. Konveksnost pomeni, da za vsak $\lambda \in [0, 1]$ iz $K_2 = \lambda K_1 + (1 - \lambda)K_3$ sledi $c_2 \leq \lambda c_1 + (1 - \lambda)c_3$.

Na isti vrednostni papir napišemo še evropske prodajne opcije z zapadlostjo T . Naj bo p_i premija evropske prodajne opcije z izvršilno ceno K_i .

- (c) Zapišite paritetne enačbe, ki povezujejo premije c_i in p_i za $i = 1, 2, 3$.

- (d) Dokažite, da je premija prodajne opcije *konveksna* funkcija izvršilne cene.

3. (**Izpit 12.9.2011**) Naj ima netvegana moč obresti v času 0 naslednjo časovno strukturo

t	0.5	1	1.5	2	2.5	3
$Y(0, t)$	2.50%	2.75%	3.20%	3.70%	4.00%	4.35%

Finančna institucija je izdala kuponsko obveznico z nominalno vrednostjo 100 EUR, dospetjem 3 leta in letnimi kuponi po 5% kuponski obrestni meri.

- (a) Določite ceno obveznice v času 0.
- (b) Hkrati z izdajo obveznice želi finančna institucija izdati še evropske nakupne opcije z izvršilno ceno 102 EUR ter evropske prodajne opcije z izvršilno ceno 100 EUR. Vse opcije so napisane na kuponsko obveznico in imajo zapadlost 2, tik po izplačilu drugega kupona obveznice. Določite spodnjo in zgornjo mejo za premijo *prodajne* opcije v času 0.
- (c) Privzemite, da se je za prodajno opcijo iz (b) na trgu za kratek čas izoblikovala cena 0.5 EUR. Dokažite, da je bilo s tem ustvarjeno arbitražno okno. Pripravite arbitražno strategijo.
- (d) Kolikšna mora biti moč obresti $Y(2, 3)$ v trenutku 2 po izplačilu kupona, da bosta opciji iz (b) imeli enako vrednost?
4. (**Izpit 5.9.2012**) Delnica podjetja B je danes vredna 50 EUR. Podjetje je ob času 0 najavilo, da bo čez 3 mesece izplačalo dividende v višini 0.70 EUR na delnico, čez 9 mesecev pa dividendo v višini 1.50 EUR na delnico. Privzemite naslednjo časovno strukturo netveganih moči obresti
- | | | | | |
|-----------|-------|-------|-------|-------|
| t | 0.25 | 0.50 | 0.75 | 1.00 |
| $Y(0, t)$ | 3.00% | 3.15% | 3.25% | 3.30% |
- (a) Kaj lahko poveste o premiji ameriške prodajne opcije, napisane na delnico podjetja B, z zapadlostjo 6 mesecev in izvršilno ceno 52 EUR?
- (b) Ali je možna arbitraža, če je premija opisane opcije na trgu enaka $p_0^A = 1.80$ EUR? Če da, pripravite arbitražno strategijo in določite arbitražni zaslužek?
- (c) Privzemite, da je premija opcije iz točke (a) enaka $p_0^A = 2.80$ EUR. Kaj lahko poveste o premijah ameriške nakupne ter evropske nakupne in prodajne opcije z isto izvršilno ceno in zapadlostjo?
- (d) Ali je možna arbitraža, če je premija evropske prodajne opcije na trgu enaka $p_0^E = 3.00$ EUR? Če da, pripravite arbitražno strategijo in določite arbitražni zaslužek?