

KOLEKTIVNI MODEL TVEGANJA IN PANJERJEV ALGORITEM

Kolektivni model tveganja v zavarovalništvu opisuje vsoto višin odškodninskih zahtevkov, ki jih zavarovalnica izplača svojim zavarovancem znotraj danega časovnega obdobja. Naj nenegativna celoštevilaska spremenljivka N šteje odškodninske zahtevke v omenjenem obdobju in naj zaporedje neodvisnih in enako porazdeljenih slučajnih spremenljivk $\{Y_i\}_{i \in \mathbb{N}}$ predstavlja višine odškodnin. Model privzema še, da so spremenljivke Y_i neodvisne od N .

Kumulativna škoda, ki jo v danem obdobju utрпи zavarovalnica, znaša

$$S = \sum_{i=1}^N Y_i.$$

Zanimajo nas izbrane številske karakteristike in porazdelitev spremenljivke S . Pri delu s programom R bomo uporabljali paketa `actuar` in `evir`.

1. Porazdelitev individualnih škodnih zahtevkov

- Na spletni učilnici z glasovanjem znotraj prve skupine izberite vzorec škod, ki ga boste uporabili v kolektivnem modelu. Na voljo imate 5 vzorcev. Podatke uvozite v R in narišite histogram, ki prikazuje vzorčno porazdelitev individualnih škodnih zahtevkov.
- Presodite ali ima vzorčna porazdelitev težek rep. Uporabite histogram iz (a) in graf presežnega matematičnega upanja, ki ga narišete z ukazom `mepLOT`.
- Za modeliranje višine škodnega zahtevka uporabite eno izmed spodnjih porazdelitev (spremenljivka Y). Neznane parametre po metodi najmanjše razdalje, kar sorite z uporabo funkcije `mde`.

Porazdelitev	Ukaz v R	Imena parametrov
Paretova	<code>pareto1</code>	<code>shape = α</code> in <code>min = x_m</code>
eksponentna	<code>exp</code>	<code>rate = λ</code>
Weibullova	<code>weibull</code>	<code>shape = k</code> in <code>scale = λ</code>

Črkovne oznake parametrov so izbrane tako, kot so prikazane v angleški Wikipediji (<http://en.wikipedia.org>).

- Na histogram iz (a) narišite krivuljo, ki prikazuje gostoto spremenljivke Y . Grafično primerjajte še vzorčno in teoretično porazdelitveno funkcijo.
- Z glasovanjem na spletni učilnici izberite še porazdelitev števila odškodninskih zahtevkov, ki jo boste uporabili v kolektivnem modelu. Na voljo imate naslednje porazdelitve:

Porazdelitev	Ukaz v R	Izbrane vrednosti parametrov
binomska	<code>binom</code>	<code>size = $n = 15$</code> in <code>prob = $p = 1/3$</code>
Poissonova	<code>pois</code>	<code>lambda = $\lambda = 10$</code>
negativna binomska	<code>nbinom</code>	<code>size = $r = 20$</code> in <code>prob = $1 - p = 1/2$</code>

2. Določanje porazdelitve kumulativne škode s Panjerjevim algoritmom

- (a) Z zaokroževanjem diskretizirajte porazdelitev spremenljivke Y . Izberite dolžino koraka h in tak njen večkratnik nh , da je na intervalu $[0, nh]$ zbrana skoraj vsa verjetnostna gostota spremenljivke Y . Pomagajte si z nalogo (1.d) ter ukazom `discretize`.
- (b) Narišite graf porazdelitvene funkcije spremenljivke Y in dorišite še porazdelitveno funkcijo njene diskretizacije. Le-ta je odsekoma linearna funkcija, zato pri risanju uporabite ukaz `stepfun`.
- (c) S Panjerjevim algoritmom izračunajte porazdelitveno funkcijo kumulativne škode S . V R-u je algoritem implementiran v funkciji `aggregateDist`, če izberete možnost `method='recursive'`.
- (d) Iz porazdelitvene funkcije spremenljivke S , ki ste jo dobili v nalogi (c), izračunajte upanje in disperzijo kumulativne škode.
Nasvet: Kakšna spremenljivka je S ? Potrebovali boste ukaz `knots`.
- (e) Izračunajte 99,5% tvegano vrednost (VaR) kumulativne škode ter pričakovani izpad pri 0,5% stopnji tveganja.

3. Določanje porazdelitve kumulativne škode z Monte Carlo simulacijami

- (a) Simulirajte 10000 vrednosti slučajne spremenljivke S . To storite z dvostopenjsko simulacijo, kjer najprej simulirate vrednosti spremenljivke N in nato ustrezno število neodvisnih realizacij spremenljivke Y .
- (b) Iz simulacije ocenite upanje in disperzijo spremenljivke S ter ju primerjajte z vrednostmi iz (2.d).
- (c) Ocenite 99,5% tvegano vrednost kumulativne škode in jo primerjajte z vrednostjo iz (2.e).
- (d) Narišite simulirano porazdelitveno funkcijo spremenljivke S ter jo primerjajte s porazdelitveno funkcijo iz naloge (2.c).