Makroekonomija: Izpitne naloge z izbranimi rešitvami

Sašo Polanec

19. januar 2012

1 Indeksi in merjenje

1. Odgovori na naslednja pregledna vprašanja! Odgovori s kratkimi in jedrnatimi odgovori.

   a. Napiši katere načine merjenja BDP poznamo (za ekonomijo brez davkov) in njihove enačbe. [2 točki]

   b. Kaj je inflacija in kako jo merimo na letni ravni za reprezentativnega potrošnika v državi? [2 točki]

   c. Katera stopnja brezposelnosti je večja, anketna ali registrirana? Obrazloži. [1 točka]

   d. Relativna števila: dopolni spodnjo tabelo [2 točki]

Leto	I(t/2000)	I(t/2006)	I(t/2003)	K(t)	S(t)
2000	100				
2001	150				
2002	300				
2003	400	20			
2004		25			
2005		30			
2006		50			

1. Rešitev.

   a. Potrošna metoda: vrednost vseh končnih dobrin v ekonomiji v danem obdobju - $BDP = C + I + G + NX$

Dohodkovna metoda: vrednost dohodkov vseh produkcijskih faktorjev v ekonomiji v danem obdobju, za primer dela in kapitala - $BDP = \sum w_i + \sum \pi_i$

Produkcijska metoda oz. metoda dodane vrednosti: BDP je seštevek vseh dodanih vrednosti (prihodki - stroški vmesnih proizvodov) v danem obdobju - $BDP = \sum VA_i$

1. b. Dohodkovna, proizvodna in izdatkovna. Po dohodkovni metodi je BDP vsota dohodkov kapitala (bruto poslovni presežek) in dela (sredstva za zaposlene) ter posredne davke (trošarine in DDV). Po izdatkovni metodi je BDP vsota potrošnje, investicij, državnih izdatkov in neto izvoza. Po proizvodni metodi je BDP vsota dodanih vrednosti podjetij in posrednih davkov.

   c. Indeks cen življenjskih potrebščin (uradna mera) in BDP deflator. Ključna razlika je v dobrinah, ki so vključene v izračun.

2. Odgovori na naslednja pregledna vprašanja! Odgovori s kratkimi in jedrnatimi odgovori.

   a. Katere tri metode merjenja bruto domačega proizvoda poznamo? Zapišite ključne formule in jih pojasnite [3 točke]

   b. Predpostavite, da imamo gospodarstvo z dvema dobrinama. Poznate cene v dveh zaporednih obdobjih. Na kakšen način bi izračunali stopnjo rasti cen oziroma inflacijo? [3 točke]

   c. Recimo, da je stopnja rasti realnega BDP 7% v letu 2008 v primerjavi z letom 2007 in -5% v letu 2009 v primerjavi z letom 2008? Za koliko se poveča realni BDP med letom 2007 in 2009? Ali lahko stopnje rasti seševamo? [2 točki]

3. Odgovori s kratkimi in jedrnatimi odgovori.

   a. Kaj meri BDP? Zapiši definicijo BDP! [2 točki]

   b. Katere tri metode merjenja BDP poznamo? Prikaži osnovno (agregatno) razdelitev BDP po teh metodah! [2 točki]

   c. Katere mere rasti cen poznamo? Katera je uradna mera inflacije? V čem je ključna razlika med indeksi? [2 točki]

4. Dohitevanje v razvitosti! Naj bo BDP na prebivalca v Italiji za 22% višji od BDP na prebivalca v Sloveniji v letu 2009. Predpostavimo, da je v Sloveniji pričakovana rast BDP 11% na leto, medtem ko se število prebivalcev povečuje po 8% na leto. Predpostavimo, da je pričakovana rast BDP v Italiji 1%, medtem ko se število prebivalcev ne spreminja. Koliko let bi potrebovala Slovenija, da nadoknadi razliko v razvitosti? [6 točk]

5. Odgovori na naslednja pregledna vprašanja! Odgovori s kratkimi in jedrnatimi odgovori.

   a. Kateri dve meri agregatne proizvodnje uporabljamo? Primerjaj ju z vidika značilnosti! [2 točki]

b. Zapišite formulo, ki povezuje veriĹľni indeks in stopnjo rasti! Če je verižni indeks 1.20, kako ga intepretiramo? Zapišite povezavo med baznim in verižnim indeksom! [2 točki]

c. Recimo, da imate podatke o BDP na prebivalca v dveh državah in pa imate na voljo podatke o povprečnih stopnjah rasti v obeh državah v prihodnosti do neskončnosti. Analiziraj možnosti glede dohitevanja v razvitosti! Zapišite formulo za izračun števila let, ki bi ga državi potrebovali za dohitevanje! [4 točke]

6. Izračun inflacije. Predpostavimo, da indeks potrošnje sestavljajo tri skupine dobrin: i) hrana (H), ii) pijača (P) in iii) stanovanja (S). Naj bodo cene v letu 2007 enake $P_{H,07} = 1$, $P_{P,07} = 1$ in $P_{S,07} = 1$. Izračunaj pričakovano inflacijo po uradni metodologiji (uteži so vrednostni deleži v potrošni košarici), če pričakujemo, da se bodo cene hrane, pijače in stanovanj povečale za 10%, 20% in 30%. Pri izračunu uporabimo dejstvo, da so količine dobrin v letu 2007 enake $Q_{H,07} = 1, Q_{P,07} = 1$ in $Q_{S,07} = 1$. [4 točke]

   Rešitev.

   Stopnjo inflacije izračunamo kot tehtano povprečje odstotnih sprememb cen:

$$\begin{aligned}
\pi &= \omega_{H,07} \cdot \pi_H + \omega_{P,07} \cdot \pi_P + \omega_{S,07} \cdot \pi_S \\
&= \sum_{j \in \{H,P,S\}} \frac{p_{j,07} Q_{H,07}}{\sum\limits_{i \in \{H,P,S\}} p_{i,07} Q_{i,07}} \cdot \pi_j = \\
&= \frac{1}{3}(0.10 + 0.20 + 0.30) = 20\%.
\end{aligned}$$

7. Dohitevanje v razvitosti! Naj bo BDP na prebivalca v Italiji za 22% višji od BDP na prebivalca v Sloveniji v letu 2009. Predpostavimo, da je v Sloveniji pričakovana rast BDP 11% na leto, medtem ko se število prebivalcev povečuje po 8% na leto. Predpostavimo, da je pričakovana rast BDP v Italiji 1%, medtem ko se število prebivalcev ne spreminja. Koliko let bi potrebovala Slovenija, da nadoknadi razliko v razvitosti? [6 točk]

2 Potrošnja in varčevanje

1. Sodobna teorija potrošnje brez negotovosti. Življenjska funkcija koristnosti potrošnika je

$$U(c_1, c_2) = (c_1 - \frac{a}{2}c_1^2) + (c_1 - \frac{a}{2}c_1^2),$$

kjer je $a > 0$ parameter funkcije koristnosti. Potrošnik v prvem obdobju zasluži $yd_1 = 1$, v drugem obdobju pa je $yd_2 = 0$. Potrošnik ničesar ne podeduje, rad pa bi zapustil otrokom $b_2 = 0.392$ enot potrošne dobrine. Realna obrestna mera po kateri si izposoja in posoja je $r = 40$ odstotkov.

a. Določi funkcije potrošnje in varčevanja (s_1). Ali je potrebno predpostaviti določene vrednosti parametrov, da bo rešitev ekonomsko smiselna (nenegativne vrednosti potrošenj in varčevanja)? [3 točke]

b. Zakaj potrošnik varčuje - kateri motiv je v ozadju te odločitve? [1 točka]

c. Ali je v primeru te funkcije koristnosti pričakovati dodatno varčevanje, če je yd negotov z enakima verjetnostima pozitivnih in negativnih izidov? Zakaj? [2 točki]

2. Življenjska funkcija koristnosti potrošnika je

$$U(c_1, c_2) = \ln c_1 + \frac{1}{1+\rho} \ln c_2,$$

kjer je $\rho > 0$ diskontni faktor v funkciji koristnosti. Potrošnik ima v prvem obdobju razpoložljivi dohodek enak $qd_1 = q_1 - \tau_1$, v drugem obdobju pa $qd_2 = q_2 - \tau_2$. Potrošnik ničesar ne podeduje in ničesar ne želi zapustiti svojim potomcem. Cilj potrošnika je maksimizacija življenjske koristnosti ob življenjski proračunski omejitvi.

a. Zapišite Lagrangevo funkcijo za ta problem optimizacije. Izpeljite Eulerjevo enačbo! [5 točk]

b. Izpeljite funkcije potrošnje (c_1, c_2) in varčevanja (s_1)! [5 točk]

c. Kateri motivi navajajo potrošnika k varčevanju? [5 točk]

d. Kaj se zgodi z varčevanjem, če se poveča τ_1 in τ_2 za $\Delta\tau$ in kaj se zgodi, če se poveča zgolj τ_2 za $\Delta\tau$? [5 točk]

3. Potrošnik zasleduje naslednjo funkcijo pričakovane koristnosti:

$$\begin{aligned} E(u) &= \ln c_1 + \frac{1}{1+\rho} E(\ln c_2) = \\ &= \ln c_1 + \frac{1}{1+\rho}\frac{1}{2}(\ln c_{2S} + \ln c_{2D}). \end{aligned}$$

Predpostavili bomo, da ni inflacije, tako da lahko zanemarimo raven cen. Za prvo obdobje je enačba za dinamiko finančnega premoženja enaka:

$$b_1 + m_1 = q_1 - c_1 + b_0(1+r) + m_0,$$

pri čemer bomo predpostavili, da je $b_0 = m_0 = 0$, tako da se ta enačba poenotavi v:

$$b_1 + m_1 = q_1 - c_1.$$

V drugem obdobju pa imamo opravko z negotovim donosom. In sicer z verjetnostjo $p = 1/2$ pričakujemo, da bo donos enak $r_S < 0$ z verjetnostjo $p = 1/2$ pa pričakujemo, da bo donos enak $r_D > 0$. To pomeni, da imamo v drugem obdobju dve omejitvi za dve različni stanji narave: dobro (D) in slabo (S). Zapisano z enačbo, to pomeni, da imamo:

$$\begin{aligned} b_2 + m_2 &= b_1(1 + r_S) + m_1 + q_2 - c_{2S}, \\ b_2 + m_2 &= b_1(1 + r_D) + m_1 + q_2 - c_{2D}. \end{aligned}$$

Predpostavimo, da je $b_2 = m_2 = 0$, torej, da bomo umrli brez premoženja in pa $y_2 = 0$, torej da nimamo dohodka v drugem obdobju.

a. Kakšna b_1 in m_1 bo izbral potrošnik, če zasleduje maksimizacijo pričakovane koristnosti? Pri izračunih je smiselno upoštevati, dejstvo, da je pričakovana vrednost ravno na sredini (zaradi enakih verjetnosti slabega in dobrega izzida), torej da je $E(r) = r$, in da je $r_S = r - \Delta$ ter $r_D = r + \Delta$. Pri tem je Δ mera razpršenosti donosov. Komentiraj izpeljane rezultate. [8 točk]

4. Sodobna teorija potrošnje v razmerah negotovosti. Naj bo pričakovana življenjska funkcija koristnosti:

$$E_0(U) = \ln c_1 + \sum_s p_s \ln c_{2s}.$$

Predpostavimo, da je dohodek v prvem obdobju enak $q_1 = 1$, v drugem obdobju pa je negotov: $q_{21} = 0$ v slabem stanju narave in $q_{22} = 1$ v dobrem stanju narave. Verjetnost slabega in dobrega stanja narave je $p_{21} = 0.3$ in verjetnost dobrega stanja je $p_{22} = 0.7$. Dediščina in zapuščina sta enaki 0, torej $b_0 = b_2 = 0$. Varčevanje v obveznicah prinaša gotov realni donos, ki je enak $r = 5\%$.

a. Določi pogoje prvega reda za optimalno odločitev o potrošnji v tekočem in prihodnjem obdobju, če agent maksimizira von Neumann-Morgensternovo funkcijo koristnosti. [10 točk]

b. Kateri motivi za varčevanje so prisotni? Izolirajte vpliv posameznih motivov! [15 točk]

5. Dvo-obdobni model potrošnje in varčevanja v razmerah gotovosti. Predpostavimo, da gospodinjstvo zasleduje naslednjo življenjsko funkcijo koristnosti:

$$U(c_0, c_1) = \frac{c_0^{1-\gamma}}{1-\gamma} + \beta \frac{c_1^{1-\gamma}}{1-\gamma},$$

kjer je $\gamma \in (-1, \infty]$ parameter, ki odraža nenaklonjenost tveganju. Življenjsko proračunsko omejitev določa enačba, ki opisuje dinamiko neto prihrankov:

$$b_{t+1} = b_t(1+r) + qd_t - c_t,\ t \in \{0, 1\},$$

pri čemer je $b_0 = b_2 = 0$.

a. Določi pogoje prvega reda za odločitev o potrošnji v tekočem in prihodnjem obdobju, izpelji Eulerjevo enačbo in funkcije potrošnje in varčevanja! [4 točke]

Rešitev. Lagrangeva funkcija je:

$$L = \frac{c_0^{1-\gamma}}{1-\gamma} + \beta \frac{c_1^{1-\gamma}}{1-\gamma} + \lambda [qd_0 + \frac{qd_1}{1+r} - c_0 - \frac{c_1}{1+r}],$$

Pogoji prvega reda za maksimum življenjske koristnosti so:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial L}{\partial c_0} &= c_0^{-\gamma} - \lambda = 0, \\
\frac{\partial L}{\partial c_1} &= \beta c_1^{-\gamma} - \frac{\lambda}{1+r} = 0, \\
\frac{\partial L}{\partial \lambda} &= qd_0 + \frac{qd_1}{1+r} - c_0 - \frac{c_1}{1+r} = 0.
\end{aligned}$$

Iz prvih dveh pogojev dobimo:

$$c_1 = (\frac{1+r}{1+\rho})^{\frac{1}{\gamma}} c_0.$$

Potrošnja v obeh obdobjih in varčevanje je v obdobju 0 so:

$$\begin{aligned}
c_0 &= \frac{(1+\rho)^{\frac{1}{\gamma}}}{(1+\rho)^{\frac{1}{\gamma}} + (1+r)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}} [qd_0 + \frac{qd_1}{1+r}], \\
c_1 &= \frac{(1+r)^{\frac{1}{\gamma}}}{(1+\rho)^{\frac{1}{\gamma}} + (1+r)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}} [qd_0 + \frac{qd_1}{1+r}], \\
s_0 &= b_1 - b_0 = b_0(1+r) + qd_0 - c_0 \\
&= \frac{(1+r)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}}{(1+\rho)^{\frac{1}{\gamma}} + (1+r)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}} qd_0 - \frac{(1+\rho)^{\frac{1}{\gamma}}}{(1+\rho)^{\frac{1}{\gamma}} + (1+r)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}} \frac{qd_1}{1+r}
\end{aligned}$$

b. Predpostavimo, da je razpoložljivi dohodek $qd_t = (1-\tau_t)q_t$ in da je $\rho = r$. Kakšno davčno spremembo (tranzitorno/permanentno) bi predlagali, če želimo spodbuditi varčevanje (s_0) in kakšno v primeru, če želimo spodbuditi potrošnjo (c_0)? Odgovor utemelji algebraično! Ali se odgovor spremeni, če so nekatera gospodinjstva finančno omejena? [2 točki]

Trajno znižanje davčnih stopenj bi povečalo potrošnjo za:

$$\begin{aligned}\Delta c_0^{trajno} &= \frac{1+r}{2+r}(\Delta q d_0 + \frac{\Delta q d_1}{1+r}) \\ &= -\Delta\tau_t \frac{1+r}{2+r}(q_0 + \frac{q_1}{1+r}),\end{aligned}$$

kratkotrajno pa za:

$$\Delta c_0^{kratkotrajno} = -\Delta\tau_t \frac{1+r}{2+r} q_0.$$

Ker je slednje $\Delta c_0^{trajno} > \Delta c_0^{kratkotrajno}$, je bolj smiselno trajno znižanje davkov, če želimo povečati potrošnjo in kratkotrajno znižanje davkov, če želimo spodbuditi varčevanje. Če so nekatera gospodinjstva finančno omejena, je razlika med učinki trajnega in kratkotrajnega manjša.

c. Pokaži, kaj se zgodi z blaginjo gospodinjstva, ki je neto dolžnik, če se obrestna mera poveča? Uporabi splošno formulo za funkcijo koristnosti ($U = u(c_0) + \beta u(c_1)$) in upoštevaj, da je gospodinjstvo pred spremembo v optimumu. Ali je konkretna oblika funkcije koristnosti pomembna za smer spremembe blaginje? [2 točki]

Spremembo dobimo tako, da izračunamo odvod indirektne funkcije koristnosti po r:

$$U = U(c_0, c_1) = u(c_0(r)) + \beta u((q d_0 - c_0(r))(1+r) + q d_1)$$

pri čemer je

$$\begin{aligned}\frac{dU}{dr} &= u'(c_0(r))c_0'(r) + \beta u'(c_1(r))[(q d_0 - c_0(r)) - c_0'(r)(1+r)] \\ &= \frac{u'(c_0(r))}{1+r}[c_0'(r)(1+r) + (1+r)(q d_0 - c_0(r)) - c_0'(r)(1+r)] \\ &= u'(c_0(r))(q d_0 - c_0(r)).\end{aligned}$$

Če je $q d_0 - c_0(r) < 0$, se ob povečanju obrestne mere koristnost zmanjša.

6. Sodobna teorija potrošnje v razmerah negotovosti. Naj bo pričakovana življenjska funkcija koristnosti:

$$E_0(U) = \ln c_1 + \sum_s p_s \ln c_{2s}.$$

Predpostavimo, da je dohodek v prvem obdobju enak $q_1 = 1$, v drugem obdobju pa je $q_2 = 0$. Dediščina in zapuščina sta enaki $b_0 = b_2 = 0$.

Varčevanje v obveznicah prinaša negotov realni donos, saj je je stopnja inflacije negotova. In sicer nominalna obrestna mera je 5%, stopnja inflacije pa je 5% z verjetnostjo 20% in 0% z verjetnostjo 80%. Realno obrestno mero izračunamo s pomočjo približne Fischerjeve formule:

$$r = i - \pi,$$

kjer i označuje nominalno obrestno, π stopnjo inflacije. To pomeni, da je realna obrestna mera bodisi 0% z verjetnostjo 20% in 5% z verjetnostjo 80%.

a. Določi pogoje prvega reda za odločitev o potrošnji v tekočem in prihodnjem obdobju [2 točki]

b. Kateri motivi za varčevanje so prisotni? Poskusi jih izolirati! (Namig. Izolacija lahko poteka tako, da postopoma dodajamo učinke!) [4 točke]

3 Investicije

1. Teorija investicij. Predpostavimo, da je prodkucijska funkcija $Q = K^{1/2}$. Predpostavimo, da se gospodinjstvo odloča o tem, koliko kapitala bo kupilo v prvem letu obstoja, če živi neskončno let in ima možnost investirati samo v prvem obdobju. Akumuliran kapital se amortizira po konstantni stopnji, $\delta = 0.19$, tržna obrestna mera pa je $r = 0.10$. Gospodinjstvo nima kapitala v prvem obdobju obstoja, vendar pa ga lahko oblikuje s pomočjo dediščine, ki je enaka $B_0 = 1$. Kako bi pogoj prvega reda razložili? Namig: naloga združuje elemente proizvodnega gospodinjstva in izračuna neto sedanje vrednosti. [5 točk]

2. Teorija investicij. Predpostavimo, da je prodkucijska funkcija $Q = K^{1/3}$. Predpostavimo, da se gospodinjstvo odloča o tem, koliko kapitala bo kupilo v prvem letu obstoja, če živi pet let in ima možnost investirati samo v prvem obdobju. Akumuliran kapital se amortizira po konstantni stopnji, $\delta = 0.1$, tržna obrestna mera pa je $r = 0.05$. Gospodinjstvo nima kapitala v prvem obdobju obstoja, vendar pa ga lahko oblikuje s pomočjo dediščine, ki je enaka $B_0 = 2$. Namig: naloga združuje elemente proizvodnega gospodinjstva in izračuna neto sedanje vrednosti.

   a. Izpelji pogoj prvega reda za optimalni obseg investicij! Kako bi pogoj prvega reda razložili? [10 točk]

   b. Katere spremenljivke bi še dodali v model investicij, če naj bi bila teorija bolj realistična? [10 točk]

3. Odločanje o investiciji v primeru negotovosti in irreverzibilnosti.

   a. Opredeli neto sedanjo vrednost projekta in interno stopnjo donosa! Kdaj se odločimo za projekt, če uporabljamo ta dva kriterija? [5 točk]

   b. Recimo, da se odločamo ali se izplača investirati takoj ali pa se z investicijo izplača počakati eno obdobje. Ali lahko zaradi povečane negotovosti v času recesije pričakujemo zmanjšani obseg investicij? [5 točk]

   c. Predpostavimo, da imamo na razpolago investicijo, ki jo lahko izvedemo danes ali pa počakamo eno obdobje. Ali bi se odločili za investicijo? V katerem obdobju bi investirali? Investicija znaša 1 EUR, letna obrestna mera se ne spreminja v času in je enaka 5%. Če podjetje investira takoj, lahko v naslednjem obdobju realizira prihodke zmanjšane za variabilne stroške v višini 1.1 EUR z verjetnostjo 1/2 oziroma 1 EUR z verjetnostjo 1/2. Če z investicijo počaka eno obdobje, se lahko podjetje izogne slabemu izidu in realizira zgolj pozitiven izid. Odgovor utemelji s primerjavo pričakovanih neto sedanjih vrednosti. [15 točk]

   Napiši formulo za neto sedanjo vrednost (NSV), razloži njene variable in uporabo.
   $NSV = I_o + \frac{R_1 - C_1}{1+r} + \frac{R_2 - C_2}{(1+r)^2} + ... + \frac{R_n - C_n}{(1+r)^n}$
   Neto sedanja vrednost projekta je vsot vseh prihodnjih finančnih tokov od projekta (pozitivnih in negativnih), diskontiranih na sedanjo vrednost, od katare pa odštejemo še vrednost začetne investicije I_o. V primeru, da so projekti enako dolgi in tvegani, lahko primerjamo NSV posameznih projektov med seboj, in se odločimo za tistega, ki ima največjo NSV.

4. Proizvodno gospodinjstvo in investicije v kontekstu negotovosti. Predpostavimo, da gospodinjstvo zasleduje naslednjo funkcijo koristnosti:

$$U(c_0, c_1) = c_0 + \frac{1}{1+r} c_1.$$

   Gospodinjstvo ustvarja dohodek s kapitalom v skladu z naslednjo produkcijsko funkcijo:

$$q_t(A_t, k) = A_t k^{\alpha}.$$

   V prvem letu je tehnološka konstana A_0, kapital pa k. Predpostavimo, da je kapital fiksen v času in se ne spreminja, gospodinjstvo pa lahko izboljša tehnologijo iz A_0 na A_1, za kar mora plačati stroške investicij,ki so stohastična spremenljivka. Investicijski stroški so bodisi i_{0L} z verjetnostjo p ali pa i_{0H} z verjetnostjo $1 - p$. Predpostavimo, da je

$b_0 = b_2 = 0$ in da so finančni trgi popolni, obrestna mera za posojila pa je enaka r. Izpelji pogoj, ki pove kdaj bo gospodinjstvo investiralo v izboljšanje tehnologije (namig: odločitev je diskretna: DA ali NE, kar pomeni, da ne bo potrebno uporabljati standardnih pogojev v kontekstu odločanja za zvezno spremenljivko)?

a. Zapiši življenjske proračunske omejitve za ta primer v odvisnosti od tega ali se gospodinjstvo odloči za investiranje! [4 točke]

Gospodinjstvo ima dve proračunski omejitvi v prvem:

$$\begin{aligned} b_{1H} &= q_0(A_0, k) - c_{0H} - i_{0H}, \\ b_{1L} &= q_0(A_0, k) - c_{0L} - i_{0L}, \end{aligned}$$

in drugem obdobju:

$$\begin{aligned} 0 &= b_{1H}(1 + r) + q_1(A_1, k) - c_{1H}, \\ 0 &= b_{1L}(1 + r) + q_1(A_1, k) - c_{1L}. \end{aligned}$$

Združeni funkciji koristnosti sta:

$$\begin{aligned} 0 &= (q_0(A_0, k) - c_{0H} - i_{0H})(1 + r) + q_1(A_1, k) - c_{1H}, \\ 0 &= (q_0(A_0, k) - c_{0L} - i_{0L})(1 + r) + q_1(A_1, k) - c_{1L}, \end{aligned}$$

kar da v primeru odločitve za investicijo:

$$\begin{aligned} c_{1H} &= (q_0(A_0, k) - c_{0H} - i_{0H})(1 + r) + q_1(A_1, k), \\ c_{1L} &= (q_0(A_0, k) - c_{0L} - i_{0L})(1 + r) + q_1(A_1, k), \end{aligned}$$

oziroma

$$c_{0s} + \frac{c_{1s}}{1 + r} = q_0(A_0, k) - i_{0s} + \frac{q_1(A_1, k)}{1 + r}, \ s \in \{L, H\}.$$

v primeru, da se ne odloči investirati pa

$$c_1 = (q_0(A_0, k) - c_0)(1 + r) + q_0(A_0, k)$$

b. Kakšna je pričakovana koristnost v primeru investiranja in kakšna v primeru neinvestiranja? Vstavi izraze za potrošnjo v izraza za pričakovano koristnost v obeh primerih in opiši dejavnike, ki vplivajo na odločitev za investicijo! [4 točke]

Pričakovana koristnost v primeru odločitve za investiranje je:

$$\begin{aligned} E(U|i &> 0) = E(c_0) + \frac{1}{1 + r} E(c_1) \\ &= A_0 k^\alpha - E(i_0) + \frac{A_1 k^\alpha}{1 + r} \end{aligned}$$

V primeru neinvestiranja pa je pričakovana koristnost:

$$\begin{aligned} E(U|i &= 0) = E(c_0) + \frac{1}{1+r}E(c_1) \\ &= A_0k^\alpha + \frac{A_0k^\alpha}{1+r}. \end{aligned}$$

Za investicijo se bo podjetje odločilo v primeru, ko velja:

$$\begin{aligned} E(U|i &> 0) > E(U|i=0) \\ A_0k^\alpha - E(i_0) + \frac{A_1k^\alpha}{1+r} &> A_0k^\alpha + \frac{A_0k^\alpha}{1+r} \\ \frac{(A_1-A_0)k^\alpha}{1+r} &> E(i_0). \end{aligned}$$

5. Neoklasična teorija investicij. Predpostavimo, da ima podjetje na voljo naslednjo produkcijsko funkcijo:

$$Q_t = K_t^\alpha,\ 0<\alpha<1,$$

kjer je α elastičnost obsega proizvodnje (Q) glede na obseg kapitala (K). Nadalje predpostavimo, da je funkcija povpraševanja po končnih proizvodih naslednja:

$$P_t = z_tQ_t^{-\varepsilon},\ \varepsilon<1$$

kjer so z_t tehnološki šoki, ε pa je inverz cenovne elastičnosti povpraševanja. Podjetje se sooča z najemnimi stroški kapitala: rc_t, ki pa so delno subvencionirani. In sicer, država subvencionira obrestno mero po stopnji s.

a. Določi optimalni obseg kapitala oziroma funkcijo povpraševanja po kapitalu! Določi obseg investicij, če je podjetje imelo v obdobju K_{t-1} kapitala, ki se amortizira po stopnji δ. Ali podjetje vedno investira? Od česa je odvisen odgovor? [4 točke]

Dobiček je:

$$\begin{aligned} \pi_t &= P_tQ_t - rc_tK_t \\ &= z_tQ_t^{1-\varepsilon} - rc_tK_t \\ &= z_tK_t^{\alpha(1-\varepsilon)} - rc_tK_t, \end{aligned}$$

tako da je optimalni obseg kapitala enak:

$$\begin{aligned} z_t\alpha(1-\varepsilon)K_t^{\alpha(1-\varepsilon)-1} - rc_t &= 0, \\ K_t^d &= \left(\frac{z_t\alpha(1-\varepsilon)}{rc_t}\right)^{\frac{1}{1-\alpha(1-\varepsilon)}} \end{aligned}$$

b. Kako vplivajo subvencije obrestne mere na optimalni obseg investicij? Ali lahko negotovost glede z_t vpliva na optimalni obseg investicij in kapitala? [2 točki]

c. Kako se obseg investicij spremeni, če podjetje ne more izvesti celotnih investicij v enem letu? [2 točki]

6. Neoklasična teorija investicij. Podjetje razpolaga z eno enoto kapitala, $k_0 = 10$, produkcijska funkcija je $q = 2k^{1/3}l^{2/3}$. Strošek enote kapitala je $p_k c$, kjer je p_k relativna cena kapitala enaka 1 in $c = (\delta + r - \Delta p_k/p_k) = (0.10 + 0.10 + 0)$; strošek enote dela je $w = 1$. Cena enote končnega produkta je normalizirana na 1, $p = 1$. Podjetje je monopolistični konkurent.

a. Izračunaj optimalni obseg kapitala, če podjetje izbere obseg proizvodnje $q = 12$! Kakšen je optimalni obseg investicij? [3 točke]

b. Kaj odraža parameter 1/3 v produkcijski funkciji? Kaj se zgodi z mejno produktivnostjo kapitala, če se ta parameter poveča na 1/2, obenem pa se parameter 2/3 zniža na 1/2?

4 Teorija gospodarske rasti

1. AK model rasti. Predpostavimo, da je prebivalstvo v gospodarstvu konstantno in enako $L = 1$. Vsi prebivalci delajo. Tehnologija raste po konstantni stopnji x. Gospodarstvo je zaprto, država pa ima uravnotežen proračun. Dinamiko kapitala v gospodarstvu opisuje naslednja diferencialna enačba:
$$\dot{K}(t) = I(t) - \delta K(t),$$
kjer je $\dot{K}$ odvod kapitala po času, $I(t)$ so investicije in δ je stopnja amortizacije. Predpostavljamo, da gospodinjstva privarčujejo fiksen delež s agregatnega dohodka; gospodarstvo je zaprto. Produkcijska funkcija je $Q(t) = AK(t)$.

a. Izpelji enačbo, ki opisuje dinamiko kapitala na enoto dela (K/L)! [5 točk]

b. Kakšna je dolgoročna rast outputa na enoto dela, outputa in kapitala? [5 točk]

c. V čem se AK produkcijska funkcija razlikuje od Cobb-Douglasove produkcijske funkcije? Kako bi lahko utemeljili AK produkcijsko funkcijo? [5 točk]

d. Če bi veljal AK model in homogenost tehnologije med državami, ali bi pričakovali veljavnost katere od oblik konvergence? [5 točk]

2. Solow-Swanov model rasti. Predpostavimo, da je prebivalstvo v gospodarstvu konstantno in enako $L = 1$. Vsi prebivalci delajo. Tehnologija raste po konstantni stopnji x. Gospodarstvo je zaprto, država pa ima uravnotežen proračun. Dinamiko kapitala v gospodarstvu opisuje naslednja diferencialna enačba:

$$\dot{K}(t) = I(t) - \delta K(t),$$

kjer je $\dot{K}$ odvod kapitala po času, $I(t)$ so investicije in δ je stopnja amortizacije. Predpostavljamo, da gospodinjstva privarčujejo fiksen delež s agregatnega dohodka. Produkcijska funkcija je $Q(t) = K(t)^\alpha (A(t)L(t))^{1-\alpha}$.

a. Zapiši enačbo, ki opisuje dinamiko kapitala na efektivno delo (K/AL)! [3 točke]

Odgovor.

$$\begin{aligned}
\dot{K}(t) &= I(t) - \delta K(t) \\
&= S(t) - \delta K(t) \\
&= sQ(t) - \delta K(t) \\
&= sK(t)^\alpha A(t)^{1-\alpha} - \delta K(t) \\
\frac{\dot{K}(t)}{K(t)} - &= s(\frac{K(t)}{A(t)})^{\alpha-1} - \delta - x \\
\frac{\tilde{k}'(t)}{\tilde{k}(t)} &= sk(t)^{\alpha-1} - (\delta + x).
\end{aligned}$$

b. Določi ustaljeno stanje kapitala na efektivno delo in outputa na efektivno delo! Po kakšni stopnji rasteta v ustaljenem stanju kapital na zaposlenega in output na zaposlenega. [3 točke]

Odgovor. Kapital na efektivno delo in output na efektivno delo sta:

$$\begin{aligned}
\tilde{k}(t) &= (\frac{s}{\delta + x})^{\frac{1}{1-\alpha}}, \\
\tilde{q}(t) &= (\frac{s}{\delta + x})^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}.
\end{aligned}$$

Stopnja rasti kapitala in outputa na enoto dela je:

$$\frac{\dot{k}(t)}{k(t)} = \frac{\dot{q}(t)}{q(t)} = x.$$

c. Grafično prikaži pogojno konvergenco! [2 točki]

3. Teorija gospodarske rasti. Predpostavimo, da je agregatna dinamika kapitala opisana z enačbo: $K_t = K_{t-1}(1-\delta) + I_{t-1}$, pri čemer je K_t kapital v letu t, I_{t-1} so agregatne investicije v letu $t-1$ in $\delta > 0$ stopnja amortizacije. Naj bo produkcijska funkcija Cobb-Douglasove oblike, pri čemer je: $Q_t = K_t^{\alpha}(A_t L_t)^{1-\alpha}$; prebivalstvo, ki je enako količini dela, raste po konstantni stopnji $n > 0$, tako da velja diferenčna enačba: $L_t = L_{t-1}(1+n)$, tehnologija naj bo konstantna $A_t = A_{t-1} = 1$, pri čemer je ponudba dela enaka številu prebivalcev. Predpostavimo zaprto gospodarstvo (izvoz in uvoz sta enaka nič), v katerem ni države (davki in izdatki so enaki 0). Predpostavimo, da je stopnja varčevanja konstantna v času in enaka s.

   a. Izpelji diferenčno enačbo za dinamiko kapitala na efektivno delo! Iz te enačbe lahko z upoštevanjem povezave med obsegom proizvodnje na efektivno delo in kapitalom na efektivno delo zapišemo tudi enačbo za dinamiko outputa na efektivno delo! [4 točke]

   b. Ali imata enačbi za kapital na efektivno delo in output na efektivno delo ustaljeni stanji? Zakaj? Kakšna je rast BDP na prebivalca v ustaljenem stanju? [2 točke]

   c. Kaj se zgodi z ustaljenim stanjem, če se rast prebivalstva poveča? Kaj se zgodi z rastjo BDP na prebivalca na kratek rok? [2 točke]

4. Teorija gospodarske rasti. Predpostavimo, da je agregatna dinamika kapitala opisana z enačbo: $K_t = K_{t-1}(1-\delta) + I_{t-1}$, pri čemer je K_t kapital v letu t, I_{t-1} so agregatne investicije v letu $t-1$ in $\delta > 0$ stopnja amortizacije. Naj bo produkcijska funkcija Cobb-Douglasove oblike, pri čemer je: $Q_t = K_t^{\alpha}(A_t L_t)^{1-\alpha}$; prebivalstvo, ki je enako količini dela, raste po konstantni stopnji $n > 0$, tako da velja diferenčna enačba: $L_t = L_{t-1}(1+n)$, tehnologija naj bo konstantna $A_t = A_{t-1} = 1$, pri čemer je ponudba dela enaka številu prebivalcev. Predpostavimo zaprto gospodarstvo (izvoz in uvoz sta enaka nič), v katerem ni države (davki in izdatki so enaki 0). Predpostavimo, da je gospodarstvo zaprto.

   a. Izpelji diferenčno enačbo za dinamiko kapitala na efektivno delo! Iz te enačbe lahko z upoštevanjem povezave med obsegom proizvodnje na efektivno delo in kapitalom na efektivno delo zapišemo tudi enačbo za dinamiko outputa na efektivno delo! [4 točke]

   Rešitev z rastjo tehnologije je povsem analogna. Diferenčno enačbo za kapital preoblikujemo upoštevajoč agregatno omejitev virov ($S_t = I_t$), nato funkcijo varčevanja ($S_t = sQ_t$) ter produkijsko funkcijo:

$$
\begin{aligned}
K_t &= K_{t-1}(1-\delta) + I_{t-1} \\
&= K_{t-1}(1-\delta) + S_{t-1} \\
&= K_{t-1}(1-\delta) + sQ_{t-1} \\
&= K_{t-1}(1-\delta) + sK_{t-1}^{\alpha}(A_{t-1}L_{t-1})^{1-\alpha} \\
&= K_{t-1}(1-\delta) + sK_{t-1}^{\alpha}(L_{t-1})^{1-\alpha}
\end{aligned}
$$

Nato prevedemo enačbo na efektivno delo tako, da delimo z L_{t-1} (ker je $A = 1$):

$$
\begin{aligned}
\frac{K_t}{L_t}\frac{L_t}{L_{t-1}} &= \frac{K_{t-1}}{L_{t-1}}(1-\delta) + s(\frac{K_{t-1}}{L_{t-1}})^{\alpha}, \\
k_t(1+n) &= k_{t-1}(1-\delta) + sk_{t-1}^{\alpha}.
\end{aligned}
$$

Enačbo lahko preoblikujemo v naslednjo obliko, ki velja približno:

$$\gamma_{k_t} \approx sk_{t-1}^{\alpha-1} - (\delta + n).$$

Za output na efektivno delo, pa lahko ob upoštevanju produkcijske funkcije dobimo:

$$\gamma_{q_t} = sq_{t-1}^{\frac{\alpha-1}{\alpha}} - (\delta + n).$$

b. Ali imata enačbi za kapital na efektivno delo in output na efektivno delo ustaljeni stanji? Zakaj? Kakšna je rast BDP na prebivalca v ustaljenem stanju? [2 točke]

Da, enačbi imata ustaljeno stanje zato, ker je $\delta + n > 0$ in $k_{t-1}^{\alpha-1}$ ter $q_{t-1}^{\frac{\alpha-1}{\alpha}}$ padajoči funkciji. Rast BDP na prebivalca v ustaljenem stanju je γ_A.

c. Kaj se zgodi z ustaljenim stanjem, če se rast prebivalstva poveča? Kaj se zgodi z rastjo BDP na prebivalca na kratek rok? [2 točke]

Če se rast prebivalstva poveča, je ustaljeno stanje za kapital na efektivno delo pri nižji ravni. Rast BDP na prebivalca začasno pade, nato pa se umiri pri γ_A.

5. Model gospodarske rasti (Jones in Manuelli, 1990). Predpostavimo, da je število prebivalcev, N_t, enako število delavcev, L_t, in da je rast prebivalstva konstantna in enaka n. Tehnologija, A_t, je konstantna in se ne spreminja v času, $A_t = A$. Gospodinjstva ne optimizirajo potrošnje v času, ampak varčujejo konstantni del proizvodnje (dohodka), s. Agregatni kapital se povečuje v skladu s standardno akumulacijsko enačbo, $K_{t+1} = K_t(1-\delta) + I_t$. Produkcijska funkcija za pretvarjanje kapitala in dela v output je: $Q_t = K_t^{\alpha}L_t^{1-\alpha} + AK_t$.

a. Zapiši (nelinearno diferenčno) enačbo, ki opisuje dinamiko agregatnega kapitala, če predpostavljamo zaprto gospodarstvo brez države. [2 točki]

b. Preoblikuj diferenčno enačbo tako, da bo spremenljivka, ki nas bo zanimala rast kapitala na delo. Ali to gospodarstvo konvergira? Analiziraj obstoj ustaljenega stanja v odvisnosti od vrednosti parametrov? Kakšna je dolgoročna rast? [2 točki]

c. Ali lahko z odprtjem gospodarstva vplivamo na hitrost konvergence? [2 točki]

Rešitev.

a. Diferenčno enačbo za dinamiko kapitala izpeljemo tako, da v akumulacijski enačbi za kapital najprej upoštevamo agregatno proračunsko omejitev

$$Q_t = C_t + S_t = C_t + I_t \Longrightarrow S_t = I_t,$$

kar pomeni, da je

$$K_{t+1} = K_t(1-\delta) + S_t.$$

Nato upoštevamo funkcijo varčevanja, $S_t = sQ_t$, in zapišemo

$$K_{t+1} = K_t(1-\delta) + s(K_t^\alpha L_t^{1-\alpha} + AK_t).$$

Opomba. Diferenčna enačba pomeni, da kapital merimo v diskretnih časovnih intervalih in ne zvezno. Mešanje $\dot{K}(t)$, ki je odvod po času, in K_t tako ni pravilno.

b. Diferenčno enačbo preoblikujemo na enoto kapitala tako, da zapišemo

$$\begin{aligned}
\frac{K_{t+1}}{L_{t+1}}\frac{L_{t+1}}{L_t} &= \frac{K_t}{L_t}(1-\delta) + s(\frac{K_t}{L_t})^\alpha + A\frac{K_t}{L_t} \\
k_{t+1}(1+n) &= k_t(1-\delta) + sk_t^\alpha + sAk_t.
\end{aligned}$$

Ob predpostavki, da je $(k_{t+1}-k_t)n$ majhna vrednost, lahko zapišemo

$$k_{t+1} = k_t(1-\delta-n) + sk_t^\alpha + sAk_t.$$

Rast kapitala na delo je

$$\gamma_{k,t} = \frac{k_{t+1}-k_t}{k_t} = sk_t^{\alpha-1} + sA - \delta - n.$$

Gospodarstvo izkazuje **pogojno konvergenco**: nižja raven kapitala na delavca (ob vseh ostalih parametrih enakih) pomeni hkrati nižjo rast kapitala na delavca. To pokažemo že z odvodom stopnje rasti kapitala po začetni ravni kapitala

$$\frac{d\gamma_{k,t}}{dk_t} = s(\alpha - 1)k_t^{\alpha-2} < 0.$$

Ustaljeno stanje v gospodarstvu za kapital na delavca obstaja le v primeru, ko je $sA - \delta - n < 0$, sicer pa ne. Če je ta pogoj izpolnjen, je ustaljeno stanje:

$$k^* = \frac{1}{(A - (\frac{\delta+n}{s}))^{\alpha-1}}.$$

Če pogoj ni izpolnjen, rast kapitala na delavca sicer pada, vendar pa nikoli ni nižja od $sA - \delta - n$. To pomeni, da prevladajo značilnosti AK modela.

c. V odprtem gospodarstvu je potrebno upoštevati ravnotežje na mednarodnem trgu kapitala:

$$S^{Slo} + S^{Svet} = I^{Slo} + I^{Svet}.$$

Iz te enačbe sledi, da je

$$\begin{aligned} I^{Slo} &= S^{Slo} + (S^{Svet} - I^{Svet}), \\ &= S^{Slo} - TR^{Slo}, \end{aligned}$$

kar nam omogoča opustitev indeksov

$$I = S - TR$$

Rast kapitala na delavca se spremeni v

$$\gamma_{k,t} = \frac{k_{t+1} - k_t}{k_t} = (s - \frac{TR}{Q})k_t^{\alpha-1} + (s - \frac{TR}{Q})A - \delta - n.$$

V odprtem gospodarstvu je rast kapitala na delavca odvisna od domače stopnje varčevanja in tekočega računa. Če imamo na tekočem računu presežek, to pomeni, da izvažamo več kot uvažamo (če zanemarimo faktorske dohodke). V tem primeru več investiramo v tujini. Posledica tega je, da bo rast kapitala na delavca manjša. (Običajno se to dogaja v primeru nižje mejne produktivnosti v domačem gospodarstvu.) V nasprotnem primeru pa imamo lahko na tekočem računu primanjkljaj, ki pomeni, da je delež investicij v BDP večji od deleža varčevanja v BDP. V tem primeru je rast višja. Zaradi navedenih značilnosti revnejših ($TR < 0$) in bogatejših ($TR > 0$) držav, je konvergenca v odprtem gospodarstvu hitrejša. Poleg tega argumenta pa bi lahko v odprtem gospodarstvu dopustili druge kanale za hitrejšo rast: i) prenos tehnologije, ii) uvoz tehnološko bolj naprednih vmesnih dobrin.

5 Trg dela

1. Dvofaktorski model trga dela. Predpostavimo, da ima gospodarstvo dva tipa delavcev: nizko in visoko izobražene delavce. Vsak delavec ponuja fiksno količino delovnih storitev, povsem neodvisno od cene dela. Število nizko izobraženih delavcev (ponudba) je L^s, število visoko izobraženih delavcev pa je H^s. Predpostavimo, da mobilnost delavcev ni mogoča (se pravi, da nizko izobražen ne more postati visoko izobražen in obratno). Predpostavimo, da vsa podjetja proizvajajo z enako produkcijsko funkcijo, ki je Cobb-Douglasove oblike:

$$Y = AL^{\alpha}H^{1-\alpha}.$$

a. Izpelji funkciji povpraševanja po delu za podjetje, ki maksimizira dobiček! Od česa je odvisno razmerje $\frac{L^d}{H^d}$?[2 točki]

Odgovor. Na podlagi maksimizacije dobička po obeh faktorjih dobimo naslednja dva pogoja:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \pi}{\partial L} &= A\alpha L^{\alpha-1}H^{1-\alpha} - w_L = 0,\\ \frac{\partial \pi}{\partial H} &= A(1-\alpha)L^{\alpha}H^{-\alpha} - w_H = 0.\end{aligned}$$

Razmerje $\frac{L^d}{H^d}$ je odvisno od uteži (α) in od relativne cene dela:

$$\frac{L^d}{H^d} = \frac{\alpha}{1-\alpha}\frac{w_H}{w_L}.$$

b. Kakšne so ravnotežne plače, če upoštevamo fiksni ponudbi dela? Ali lahko določimo nominalne plače za oba tipa dela? Ali so lahko plače nizko izobraženih višje od plač visoko izobraženih? Če ja, kdaj? [3 točke]

Odgovor. Plači sta:

$$\begin{aligned}w_L &= A\alpha(L^s)^{\alpha-1}(H^s)^{1-\alpha},\\ w_H &= A(1-\alpha)(L^s)^{\alpha}(H^s)^{-\alpha}.\end{aligned}$$

c. Predpostavimo, da je $\frac{L^s}{H^s} > \frac{\alpha}{1-\alpha}$. Recimo, da država vpelje minimalno plačo, $w_{\min}$. Določi stopnjo brezposelnosti za nizko izobražene delavce in plačo za visoko izobražene delavce! [3 točke]

Odgovor. Ravnotežni pogoj za povpraševanje navkljub omejitvi plače drži:

$$\begin{aligned}w_{\min} &= A\alpha(L^s - U)^{\alpha-1}(H^s)^{1-\alpha},\\ w_H &= A(1-\alpha)(L^s - U)^{\alpha}(H^s)^{-\alpha}.\end{aligned}$$

Iz prve enačbe:

$$u = \frac{U}{L^s} = 1 - \frac{1}{L^s}(\frac{w_{\min}}{A\alpha(H^s)^{1-\alpha}})^{\frac{1}{\alpha-1}}$$

2. **Pogajanja na trgu dela.** Predpostavimo, da podjetje proizvaja dobrino z enofaktorsko produkcijsko funkcijo:

$$l_i = q_i^{\frac{1}{\alpha}}, \ 0 < \alpha < 1$$

pri čemer je l število zaposlenih v podjetju in q je obseg proizvodnje. Naj bo cena končne dobrine enaka 1, torej $p = 1$, tako da je dobiček podjetja:

$$\pi_i = q_i - w_i q_i^{\frac{1}{\alpha}} = l_i^{\alpha} - w_i l_i.$$

   (a) Določite pogoj prvega reda za optimalni obseg najetega dela za podjetje i, optimalni obseg proizvodnje in maksimalni dobiček! [3 točke]

   (b) Naj bo število delavcev v sindikatu, ki so na voljo podjetju enako $\bar{l}$ in predpostavimo, da se podjetje s sindikatom pogoja glede višine plače. Predpostavimo, da delavci, ki delajo za podjetje zaslužijo w_i, če pa ne, lahko pričakujejo B v obliki nadomestila za brezposelne. Kakšna je bruto in neto funkcija koristnosti (Γ) za delavce? Kaj je zunanja opcija za delavce in kaj za podjetje?[3 točke]

   (c) Zapiši Nashev pogajalski produkt (angl. Nash bargaining product), Ω, in določi pogoje prvega reda za pogajanja, če je γ pogajalska moč sindikata and $1 - \gamma$ pogajalska moč podjetja! Namig: uporabi logaritem Ω! Določi število brezposelnih delavcev in stopnjo brezposelnih! [4 točke]

3. "Right to manage" model pogajanj med sindikati in podjetji. Predpostavimo, da podjetja proizvajajo z enim faktorjem - delom, kar pomeni, da lastniki podjetij nimajo kapitala (oportunitetni strošek kapitala je tako 0!). Neto funkcija koristnosti za lastnike podjetij $\Pi = Q - wL$, kjer je Q obseg proizvodnje, w realna plača in L obseg dela. Produkcijska funkcija je $Q = AL^{\alpha}$. Sindikalna bruto funkcija koristnosti je $\Gamma_b = wL + (\bar{L} - L)B$,pri čemer L označuje število vseh zaposlenih delavcev in $\bar{L}$ število vseh članov. B je korist zunanje opcije/alternative (koristi iz naslova prostega časa ter nadomestil za brezposelnost za nizko oziroma visoko usposobljene delavce).

   a. Zapiši neto funkcijo koristnosti za sindikate! [5 točk]

b. Zapiši Nashev pogajalski produkt, če je γ pogajalska moč sindikatov in $1-\gamma$ pogajalska moč podjetij! Kaj je cilj pogajalcev? [5 točk]

c. Določi izpogajano plačo in pa obseg brezposelnosti, če je γ utež! [15 točk]

4. Izpelji ponudbo dela za naslednji problem. Recimo, da potrošnik želi maksimizirati funkcijo koristnosti, ki ima naslednjo obliko

$$u(c, j) = \alpha \ln c + (1-\alpha) \ln j$$

pri čemer je c potrošnja, j pa prosti čas. Upoštevajte proračunsko omejitev

$$(1-\tau)wl + q_N = c,$$

kjer je H celotni razpoložljivi prosti čas, l ponudba dela, q_N pa je nedelovni dohodek, w realna **bruto** plača, c potrošnja in τ davčna stopnja na delovni dohodek.

(a) Izpelji krivuljo ponudbe dela! [4 točke]

(b) Kaj se zgodi s ponudbo dela, če se poveča nedelovni dohodek? Kateri učinek je na delu? [2 točki]

(c) Kaj se zgodi s ponudbo dela, če se poveča davčna stopnja na delovni dohodek? Katera dva učinka sta na delu? Kateri prevlada? [2 točki]

5. Trg dela s sindikati (right-to-manage model). V nasprotju z osnovno inačico modela, ki smo jo obravnavali na predavanjih razširimo zunanjo opcijo tako, da delavci sindikata poleg nadomestila za brezposelne, B, dobijo še dohodek od dela v sivi ekonomiji, ki je enak $B^{se} = Q^{se} = A$, torej produktivnosti dela v sivi ekonomiji (imejmo v mislih delavce blizu Avstrije, ki lahko v njihovem gospodarstvu zaslužijo dodaten dohodek). Naj bo verjetnost, da delavca odkrijejo, da dela v sivi ekonomiji enaka $1-p$, kar pomeni da je p verjetnost, da ga ne odkrijejo. Predpostavimo, da je v gospodarstvu $\bar{L}$ delavcev. Nadalje predpostavimo, da je produkcijska funkcija v uradnem proizvodnem sektorju standardna, $Q = 2L^{1/2}$, pri čemer je oportunitetni strošek kapitala enak 0. Pogajalska moč obeh strani je enaka, tako da je γ v Nashevem produktu enaka 1/2.

a. Zapiši neto funkciji koristnosti za obe strani in Nashev produkt. [2 točki]

b. Določi ravnotežno plačo v tem modelu in stopnjo brezposelnosti. Kaj se zgodi z ravnotežnimi količinami, če se poveča produktivnost v sivi ekonomiji (npr. delo v tujini postane bolj produktivno in nudi višje plačilo)? Kaj se zgodi, če se izboljša nadzor nad sivo ekonomijo (p se zmanjša) [4 točke]

Rešitev.

a. Neto funkcija koristnosti za sindikate je (v tem primeru predpostavljamo, da delavec z odkritjem dela v sivi ekonomiji izgubi zgolj nadomestilo za brezposelne B^{se}; alternativna in prav tako smiselna predpostavka pa je, da izgubi tako B kot B^{se} - v tem primeru nadomestimo $B + pB^{se}$ s $p(B + B^{se})$)

$$\begin{aligned} \Gamma &= \Gamma^b - (B + pB^{se})\bar{L} \\ &= wL + (B + pB^{se})(\bar{L} - L) \\ &= [w - (B + pB^{se})]L, \end{aligned}$$

medtem ko je neto funkcija koristnosti za podjetja kar enaka funkciji dobička

$$\Pi = Q - wL.$$

Nashev pogajalski produkt je

$$\begin{aligned} \Omega &= \Gamma^{1/2}\Pi^{1/2} \\ &= (wL - (B + pB^{se})L)^{1/2}(Q - wL)^{1/2} \end{aligned}$$

b. Ravnotežno plačo določimo tako, da najprej poiščemo funkcijo povpraševanja po delu

$$\frac{\partial \Pi}{\partial L} = L^{-1/2} - w = 0 \Rightarrow L = w^{-2}.$$

Nashev pogajalski produkt v odvisnosti od plače je

$$\begin{aligned} \Omega(w) &= (w^{-1} - (B + pB^{se})w^{-2})^{1/2}(2w^{-1} - w^{-1})^{1/2} \\ &= w^{-1}(1 - (B + pB^{se})w^{-1})^{1/2}. \end{aligned}$$

Plača, ki maksimizira Nashev pogajalski produkt je

$$\begin{aligned} \frac{d \ln \Omega(w)}{dw} &= \frac{d}{dw}[-\ln w + 1/2 \ln(1 - (B + pB^{se})w^{-1})], \\ &= -\frac{1}{w} + \frac{1}{2}\frac{1}{1 - (B + B^{se})w^{-1}}(B + pB^{se})w^{-2} = 0. \end{aligned}$$

Rešitev je

$$w^* = \frac{3}{2}(B + pB^{se}).$$

Stopnja brezposelnosti pa je

$$\begin{aligned}
u^* &= \frac{\bar{L} - L(w^*)}{\bar{L}} \\
&= \frac{\bar{L} - (w^*)^{-2}}{\bar{L}} \\
&= \frac{\bar{L} - (\frac{3}{2}(B + pB^{se}))^{-2}}{\bar{L}}.
\end{aligned}$$

Če se poveča produktivnost v sivi ekonomiji (B^{se}), se izboljša zunanja opcija delavcev v sindikatu. Zaradi tega sta ravnotežna plača w^* in stopnja brezposelnosti u^* višji. Izboljšanje nadzora nad sivo ekonomijo pomeni, da se p zmanjša in posledično pričakovani dohodek iz sive ekonomije zmanjša. Zaradi tega je zunanja opcija sindikatov nižja, ravnotežna plača in stopnja brezposelnosti pa nižji.

6. Povpraševanje po delu. Recimo, da podjetje proizvaja z naslednjo produkcijsko funkcijo

$$Q(l) = Al^{\alpha},$$

pri čemer je Q obseg proizvodnje, A tehnološka konstanta in l obseg dela. Predpostavljaj, da je podjetje popolno konkurenčno in da so cene po katerih prodaja izdelke dane. (To pomeni, da so cena končnih dobrin (P), neto plača na uro (W) dane.) Predpostavljaj, da je za izplačilo neto plače potrebno plačati davek po stopnji τ, tako da je urni strošek dela $(1+\tau)W$.

   (a) Zapiši enačbo enačbo za dobiček podjetja! [4 točke]
   (b) Določi optimalni obseg zaposlitve dela za podjetje! [5 točke]
   (c) Pokaži z enačbo, kaj se zgodi z obsegom zaposlitve in obsegom proizvodnje, če se davčna stopnja τ zniža? [4 točke]
   (d) Pokaži z enačbo, kaj se zgodi z obsegom zaposlitve in obsegom proizvodnje, če se izboljša tehnologija, torej, če se poveča A? [4 točke]

7. Učinkovitostne plače. Recimo, da imamo reprezentativno podjetje i, ki ima naslednjo produkcijsko funkcijo,

$$\pi_i = (E_i L_i)^{\alpha} - w_i L_i,$$

pri čemer je E_i napor, ki ga vložijo delavci. Naj bo napor delavcev odvisen od razlike med plačo, ki jo delavci prejemajo in rezervacijsko plačo na naslednji način,

$$E_i = (w_i - w_R)^{\varepsilon},\ 0 < \varepsilon < 1.$$

a. Določi pogoje prvega reda za ta problem maksimizacije dobička, če vemo, da se podjetje tako o plači kot obsegu zaposlenosti.Poleg tega določi povezavo med plačo, ki jo postavi podjetje i v primerjavi z reprezentativnim podjetjem! [3 točke]

b. Določi ravnotežni obseg brezposelnosti, če je $w_R = (1-u)\bar{w} + uB$, pri čemer je u stopnja brezposelnosti, tako da je w_R povprečni dohodek, ki ga dobi delavec, če ne dela, B je nadomestilo za brezposelne, $\bar{w}$ pa povprečna plača, ki je enaka w_i, ker so vsa podjetja enaka. Uporabi nadomestitveno razmerje $\beta = \frac{B}{\bar{w}}$! [2 točk]

6 Denar

1. Trg denarja in neto zunanja investicijska pozicija.

a. Predpostavimo, da ima gospodinjstvo na razpolago dva načina prenosa kupne moči v času: prvi je vrednostni papir (obveznica, B) in drugi je denar (M). Zapiši proračunski omejitvi in življenjsko proračunsko omejitev za to gospodinjstvo, pri čemer predpostavimo, da zasluži v obdobju t realni dohodek Q_t in potroši C_t. Pokaži, da je denar v primeru, ko ne znižuje stroškov nakupov in nimamo omejitve denar vnaprej, zmanjšuje realno kupno moč. Kakšna je izguba? Za lažjo izpeljavo lahko predpostavljate, da je $B_0 = B_2 = M_0 = M_2$. Upoštevajte Fischerjevo enačbo! [4 točke]

Odgovor. Dinamiko finančnega premoženja v času opisuje naslednja enačba:

$$M_t + B_t = B_{t-1}(1+i) + M_{t-1} + P_t Q_t - P_t C_t.$$

Če upoštevamo dve zaporedni obdobji, lahko zapišemo

$$\begin{aligned} M_2 + B_2 &= B_1(1+i) + M_1 + P_2 Q_2 - P_2 C_2, \\ M_1 + B_1 &= B_0(1+i) + M_0 + P_1 Q_1 - P_1 C_1. \end{aligned}$$

Ti dve enačbi lahko poenostavimo na naslednji način:

$$\begin{aligned} 0 &= (1+i)B_1 + M_1 + P_2 Q_2 - P_2 C_2, \\ M_1 + B_1 &= P_1 Q_1 - P_1 C_1. \end{aligned}$$

Vstavimo drugo enačbo v prvo in dobimo:

$$B_1 = P_1 Q_1 - P_1 C_1 - M_1,$$

kar da:

$$0 = (1+i)(P_1 Q_1 - P_1 C_1 - M_1) + M_1 + P_2 Q_2 - P_2 C_2$$

oziroma

$$Q_1 + \frac{Q_2}{P_1/P_2} - \frac{i_1}{1+i}\frac{M_1}{P_1} = C_1 + \frac{C_2}{P_1/P_2}.$$

b. Predpostavi, da je v gospodarstvu veliko število gospodinjstev, ki imajo standardno proračunsko omejitev z investicijami in brez denarja $B_t = B_{t-1} + Q_t - C_t - I_t$. Pokaži, da je sprememba neto zunanje investicijske pozicije enaka tekočem računu!

Odgovor. Obseg obveznic v letu t je:

$$B_t^j = B_{t-1}^j(1+r) + Q_t^j - C_t^j,$$

kar pomeni, da je vsota enaka:

$$\begin{aligned}
\sum_{j=1}^N B_t^j &= \sum_{j=1}^N B_{t-1}^j(1+r) + \sum_{j=1}^N Q_t^j - \sum_{j=1}^N Q_t^j \\
B_t^* &= B_{t-1}^*(1+r) + Q_t - C_t - I_t \\
&= B_{t-1}^* + S_t - I_t.
\end{aligned}$$

Ker je $TR_t = S_t - I_t$, velja:

$$TR_t = B_t^* - B_{t-1}^*.$$

2. Ponudba denarja.

a. Kaj je to denarni multiplikator? Izpelji denarni multiplikator! [4 točki]

Odgovor. Denarni multiplikator je razmerje med celotno količino denarja (M) in primarnim denarjem (D):

$$\begin{aligned}
mm &= \frac{M}{H} \\
&= \frac{Go + D}{Go + Re} \\
&= \frac{1 + go}{go + re}.
\end{aligned}$$

pri tem je Go gotovine, D bančni depoziti in Re bančne rezerve. go je razmerje med gotovino in depoziti in re je razmerje med rezervami in depoziti.

b. Pojasni proces denarne multiplikacije s pomočjo preprostega primera (nekaj korakov)! Izberi konkretne vrednosti za primarni denar, razmerje med rezervami in depoziti in gotovino ter depoziti. [3 točke]

Odgovor. Denarna multiplikacija poteka na naslednji način. Centralna banka kupi za 100 evrov vrednostnih papirjev in da gospodinjstvu v zameno 100 ček za 100 evrov. Gospodinjstvo ček deponira pri poslovni banki, ki ji centralna banka poveča rezerve, poslovna banka pa naredi depozit za 100 evrov. Gospodinjstvo dvigne npr. 20 odstotkov depozita. Depozit se zmanjša na 80 evrov. Banka ugotavlja, da pri $re = 10\%$ rabi le 8 evrov rezerv, ostalo lahko posodi (ΔK =72 evrov), ki jih deponira na račun kreditojemalca.

c. Kakšen cilj zasleduje ECB? Ali ta cilj omogoča veliko prostora za interpretacijo? Kateri instrument uporablja ECB? [3 točke]

Odgovor. Cilj ECB je cenovna stabilnost, ki je opredeljena z inflacijo v državah z evrom okrog 2% na srednji rok, kar omogoča precejšnja nihanja stopenj inflacije na kratek rok. Ključni instrument ECB je obrestna mera za glavne operacije refinanciranja s katerimi posoja poslovnim bankam.

3. Obrestna arbitraža in Fischerjeva enačba. Naj bo i_t obrestna mera na javni dolg izdan v evrih ene izmed držav v EU (med trenutkoma t in $t+1$) in i_t^* obrestna mera na javni dolg v dolarjih v ZDA. Naj bo e_t trenutni nominalni devizni tečaj dolarja (v evrih - direktna kotacija) v začetku leta 2010 in $E_t(e_{t+1})$ pričakovani devizni tečaj.

a. Če bi mednarodni investitorji zasledovali cilj maksimizacije pričakovanega premoženja, katere vrednostne papirje bi izbrali? Navedi pogoje. Kaj je to obrestna pariteta? [4 točke]

b. Predpostavimo, da velja Fischerjeva enačba v EU in v ZDA. Izpeljite enačbo za pariteto realnih obrestnih mer! [4 točke]

4. Ponudba primarnega denarja in multiplikacija denarja v bančnem sektorju.

a. Kakšen cilj zasleduje ECB? Ali ta cilj omogoča veliko prostora za interpretacijo? Kateri instrument uporablja ECB? Kaj je to Taylorjevo pravilo? [3 točke]

Odgovor. ECB zasleduje cilj cenovne stabilnosti, ki je opredeljena s stopnjo inflacije okrog 2% na srednji rok. Da, ta cilj omogoča kar nekaj prostora za interpretacijo, saj je lahko stopnja inflacija lahko tudi višja od 2% kar nekaj mesecev brez reakcije. Ključni instrument, ki ga uporablja ECB je obrestna mera za začasni odkup (i_{MRO}). Taylorjevo pravilo pomeni, da je obrestna mera i_{MRO} (oziroma njena sprememba) odvisna od odstopanja obsega proizvodnje od želenega obsega proizvodnje ter odstopanja stopnje inflacije od ciljne stopnje inflacije.

b. Kaj je to denarni multiplikator? Zapiši enačbo in pojasni na kakšen način je odvisen od ključnih spremenljivk, ki ga določata? Na katerega lahko vplivajo centralne banke? [3 točke]

Odgovor. Denarni multiplikator pove kakšno je razmerje med količino denarja in količino primarnega denarja

$$mm = \frac{M}{H} = \frac{1+go}{re+go}.$$

Ključni dve spremenljivki sta razmerje med gotovino in depoziti

$$go = \frac{Go}{D},$$

in razmerje med rezervami poslovnih bank in depoziti

$$re = \frac{\mathrm{Re}}{D}.$$

Večje kot je razmerje med gotovino in depoziti, manj primarnega denarja ostaja v bančnem sistemu in denarni multiplikator se zmanjša. Podobno velja z rezervami: večje kot so, manj posojil lahko odobrijo banke in manj dodatnih depozitov se ustvari. Količina denarja je ustrezno manjša. Centralne banke lahko vplivajo na razmerje med rezervami in depoziti, saj določajo obvezne rezerve.

c. Zapiši enačbo za obseg depozitov kot vsoto geometričnega zaporedja v odvisnosti od ΔH? [2 točki]

Odgovor.

$$\begin{aligned}\Delta D &= \frac{\Delta H}{1+go}\left[1+\frac{1-re}{1+go}+\left(\frac{1-re}{1+go}\right)^2+...\right]\\ &= \frac{\Delta H}{1+go}\frac{1}{1-\frac{1-re}{1+go}} = \frac{\Delta H}{re+go}.\end{aligned}$$

5. Povpraševanje po denarju: Baumol-Tobinov model. Predpostavimo, da gospodinjstvo vsako časovno obdobje prejme nominalni dohodek v višini PQ denarnih enot, kjer je Q realni dohodek, P pa cena enote edine dobrine. Predpostavimo, da gospodinjstvo avtomatično vloži denar v obveznice, ki prinašajo nominalni donos na podlagi dogovorjene obrestne mere, i. Predpostavimo tudi, da gospodinjstvo potroši celotni dohodek, potrošnja pa se v času ne spreminja: $C(t) = C$.. Gospodinjstvo lahko za nakupe dobrine uporablja zgolj denar, ki ne prinaša obresti (ne pa obveznic). Nominalni strošek prodaje obveznic (ali pa prenosa iz obrestovanega računa na tekoči račun) - transakcijski strošek - je enak $P\,k$, kjer je k realni strošek prodaje obveznice.

a. Kakšen cilj zasleduje gospodinjstvo pri izbiri količine denarja (M), ki ga drži? Zapiši ciljno funkcijo in pojasni uporabljene spremenljivke! [3 točke]

Odgovor. Cilj gospodinjstva je minizacija celotnih stroškov, ki so vsota oportunitetnih stroškov (izgubljenih obresti) in transakcijskih stroškov:

$$\begin{aligned} C &= OC + TC \\ &= iM + P\ k\ n, \end{aligned}$$

kjer je n število dvigov denarja. Število dvigov denarja je razmerje med celotnim dohodkom in povprečnim zneskom dviga (Z), ki je dvakratnik povprečne povpraševane količine denarja

$$n = \frac{P\ Q}{Z} = \frac{P\ Q}{2M},$$

kar da

$$C = iM + p\ k\ \frac{p\ Q}{2M}$$

b. Določi obseg povpraševane količine denarja? Ali je obseg denarnih blagajn, ki jih držijo gospodinjstva konstanten v času? Kaj pa agregatna količina povpraševanega denarja? [3 točke]

Odgovor. Pogoj prvega reda za optimalno količino denarja je

$$\frac{\partial C}{\partial M} = i - \frac{p^2\ Q\ k}{2M^2} = 0 \Rightarrow M = p\sqrt{\frac{Q\ k}{2i}}.$$

Izračunana količina denarja je konstantna, saj gre za povprečno vrednost. Obseg denarnih blagajn se v času spreminja. V primeru, ko gospodinjstva prejemajo dohodek na različne dneve (porazdelitev je enakomerna), pa bi bila agregatna denarna blagajna konstantna.

c. Kaj moramo vpeljati v funkcijo koristnosti, da bi držali denar v dvo-obdobnem modelu? [2 točki]

Odgovor. Denar mora biti koristen za gospodinjstvo. V primeru modeliranja stroškov nakupovanja, ki vstopajo v koristnost preko prostega časa, mora denar zmanjšati stroške nakupov

$$u(c, j), \text{ kjer je } \frac{\partial u}{\partial j} > 0,$$

kjer je $j = 1 - n = f(m/p)$. Če pa stroškov denarja ne modeliramo, pa denar vključimo v funkcijo koristnosti kar neposredno

$$u(c, m/p), \text{ kjer je } \frac{\partial u}{\partial m/p} > 0.$$

6. Povpraševanje po denarju v dvo-obdobnem modelu. Gospodinjstva zasleduje naslednjo funkcijo koristnosti:

$$U = \{\alpha \ln c_1 + (1-\alpha)\ln j_1\} + \frac{1}{1+\rho}\{\alpha \ln c_2 + (1-\alpha)\ln j_2\},\ 0 < \alpha < 1,$$

pri čemer sta c_t in j_t obseg potrošnje in prosti čas v letu t. Predpostavimo, da je prosti čas odvisen od časa nakupovanja na naslednji način:

$$j_t = 1 - n_t = (\frac{m_{t-1}}{p_{t-1}})^{\beta} c_t^{\gamma},\ 0 < \beta < 1,\ 0 < \gamma < 1$$

pri čemer je $\frac{m_{t-1}}{p_{t-1}}$ realna količina denarja, ki jo gospodinjstvo oblikuje v obdobju $t-1$. Predpostavimo, da ima gospodinjstvo možnost prenosa kupne moči v času z obveznicami (b) in denarjem (m), tako da je dinamika finančnega premoženja v času:

$$p_t q_t + m_{t-1} + (1+i)b_{t-1} = p_t c_t + m_t + b_t,$$

pri čemer je p_t cena edine potrošne dobrine, q_t realni dohodek in i v času nespremenljiva nominalna obrestna mera obveznic.

a. Zapišite življenjsko proračunsko omejitev ob predpostavki, da je $b_0 = b_2 = 0$ in $m_0 = \bar{m}$. Kakšen je strošek držanja denarja za gospodinjstvo? [5 točk]

b. Katera enačba povezuje obrestne mere in inflacijo? Zapiši jo in uporabi v življenjski proračunski omejitvi! [5 točk]

c. Zapiši Lagrangevo funkcijo za problem maksimizacije zadovoljstva gospodinjstva, pri čemer gospodinjstvo izbira c_1, c_2 in m_1! Poišči pogoje prvega reda in izpelji optimalno količino denarja! Pri iskanju rešitev predpostavite, da je optimalni obseg prostega časa $j > 0$. Pojasni vpliv dejavnikov na obseg povpraševanja (parametrov α, β in γ ni potrebno komentirati)![5 točk]

7. Povpraševanje po denarju v dvo-obdobnem modelu. Gospodinjstva zasleduje naslednjo funkcijo koristnosti:

$$U = \{\alpha \ln c_1 + (1-\alpha)\ln j_1\} + \frac{1}{1+\rho}\{\alpha \ln c_2 + (1-\alpha)\ln j_2\},\ 0 < \alpha < 1,$$

pri čemer sta c_t in j_t obseg potrošnje in prosti čas v letu t. Predpostavimo, da je prosti čas odvisen od časa nakupovanja na naslednji način:

$$j_t = 1 - n_t = (\frac{m_{t-1}}{p_{t-1}})^{\beta} c_t^{\gamma},\ 0 < \beta < 1,\ 0 < \gamma < 1$$

pri čemer je $\frac{m_{t-1}}{p_{t-1}}$ realna količina denarja, ki jo gospodinjstvo oblikuje v obdobju $t-1$. Predpostavimo, da ima gospodinjstvo možnost prenosa kupne moči v času z obveznicami (b) in denarjem (m), tako da je dinamika finančnega premoženja v času:

$$p_t q_t + m_{t-1} + (1+i)b_{t-1} = p_t c_t + m_t + b_t,$$

pri čemer je p_t cena edine potrošne dobrine, q_t realni dohodek in i v času nespremenljiva nominalna obrestna mera obveznic.

a. Zapišite življenjsko proračunsko omejitev ob predpostavki, da je $b_0 = b_2 = 0$ in $m_0 = \bar{m}$. Kakšen je strošek držanja denarja za gospodinjstvo? [9 točk]

b. Katera enačba povezuje obrestne mere in inflacijo? Zapiši jo in uporabi v življenjski proračunski omejitvi! [6 točk]

c. Zapiši Lagrangevo funkcijo za problem maksimizacije zadovoljstva gospodinjstva, pri čemer gospodinjstvo izbira c_1, c_2 in m_1! Poišči pogoje prvega reda in izpelji optimalno količino denarja! Pri iskanju rešitev predpostavite, da je optimalni obseg prostega časa $j > 0$. Pojasni vpliv dejavnikov na obseg povpraševanja (parametrov α, β in γ ni potrebno komentirati)![10 točk]

7 Javne finance

1. Rikardijanska ekvivalenca. Upoštevaj, da sta proračunski omejitvi potrošnika podani v obliki

$$\begin{aligned} B_1 &= B_0(1+r) + (1-\tau_1)Q_1 - C_1, \\ B_2 &= B_1(1+r) + (1-\tau_2)Q_2 - C_2, \end{aligned}$$

pri tem sta τ_1 in τ_2 konstantni davčni stopnji, B pa označuje obseg finančnih naložb (obveznosti), ki jih ima gospodinjstvo. Q in C označujeta dohodek in potrošnjo reprezentativnega potrošnika (to se pravi, da bi lahko dodali indeks j, ki teče od 1 do J - število vseh gospodinjstev).

Državni proračunski omejitvi sta

$$\begin{aligned} De_1 &= rD_0 + G_1 - \tau_1 Q_1 = D_1 - D_0, \\ De_2 &= rD_1 + G_2 - \tau_2 Q_2 = D_2 - D_1 = -D_1, \end{aligned}$$

kjer De_1 in De_2 označujeta celotne proračunske primanjkljaje v prvem in drugem obdobju, z D pa je označen javni dolg. rD so realne obresti na javni dolg. Predpostavili smo, da je $D_0 = D_2 = 0$, kar pomeni da država ostane solventna.

a. Dokaži veljavnost Rikardijanske ekvivalence, če predpostavljamo zaprto gospodarstvo! [10 točk]

b. Kdaj le-ta ne drži? Razpravljaj o omejitvah predpostavk! [10 točk]

2. Davki.

a. Progresivni davčni sistem ima dve mejni davčni stopnji: $\tau_1 = 10\%$ in $\tau_2 = 20\%$. Meje razredov so $Q_1 = 300$ evrov (splošna davčna olajšava) in $Q_2 = 600$ evrov. Predpostavimo, da je dohodek 1000 evrov mesečno. Izračunaj obseg plačanega davka. Kakšna je povprečna davčna stopnja pri tem dohodku? Kakšna je limita za povprečno davčno stopnjo? [4 točke]

Odgovor. $T = 300 \cdot 0.1 + 400 \cdot 0.2 = 110$ evrov. $\bar{\tau} = \frac{110}{1000} = 11\%$. Limita je 20%.

b. Lafferjeva krivulja. Naj bo dohodek Y linearna funkcija davčne stopnje τ: $Q(\tau) = 1000 - 2000\tau$. Ali bi se državi izplačalo zmanjšati davčno stopnjo, če ne želi zmanjšati izdatkov in je davčna funkcija $T = 100 + \tau Q(\tau)$ in je $\tau = 35\%$? Kdaj bi se izplačalo znižati davčno stopnjo?[4 točke]

Odgovor. $\tau_{\max} = \frac{1000}{2000} = 50\%$. Ker je $\tau_{\max} > 35\%$, se davčne stopnje ne izplača znižati. Splačalo bi se zniižati, če bi bila $\tau > \tau_{\max} = 50\%$.

c. Kdaj lahko govorimo o prerazdeljevanju v davčnem sistemu? [2 točki]

Odgovor. O prerazdeljevanju lahko govorimo že v primeru, ko se obseg plačanih davkov razlikuje med davčnimi zavezanci, če so storitve, ki jih prejemajo enake. To pomeni, da je edini davčni sistem, kjer ni prerazdeljevanja glavarina (angl. poll tax). Davčni sistem z eno davčno stopnjo $T = \tau Q$, že omogoča prerazdeljevanje.

3. Analiza vzdržnosti javnega dolga.

a. Zapiši enačbo, ki opisuje dinamiko javnega dolga D v času? [3 točke]

Odgovor. Javni dolg v letu t je:

$$D_t = D_{t-1}(1+i) + P_t De_t^{pr},$$

kjer je i nominalna obrestna mera in De_t^{pr} je primarni proračunski primanjkljaj.

b. Ali ima lahko država proračunski primanjkljaj, če želimo imeti stabilno razmerje med javnim dolgom in BDP? Upoštevajmo, da je stopnja rasti BDP (γ_Y) pozitivna in večja od obrestne mere po kateri se financira država? [7 točk]

Odgovor. Delež javnega dolga v BDP v letu t je:

$$
\begin{aligned}
d_t &= \frac{D_t}{P_t Q_t} = \frac{D_{t-1}}{P_t Q_t}(1+i) + \frac{De_t^{pr}}{P_t Q_t} = \\
&= \frac{D_{t-1}}{P_{t-1}Q_{t-1}} \frac{P_{t-1}Q_{t-1}}{P_t Q_t}(1+i) + \frac{P_t De_t^{pr}}{P_t Q_t} = \\
&= d_{t-1}\frac{1+i}{(1+\gamma_Q)(1+\pi)} + de_t^p = d_{t-1}\frac{1+r}{(1+\gamma_Q)} + de_t^p.
\end{aligned}
$$

r je pri tem realna obrestna mera: $1+r = \frac{1+i}{1+\pi}$. Delež javnega dolga v BDP je stabilen, če velja naslednja enačba:

$$d = d\frac{1+r}{1+\gamma_Q} + de^{pr}$$

oziroma

$$d\frac{\gamma_Q - r}{1+\gamma_Q} = de^{pr}.$$

4. Odgovori na naslednja pregledna vprašanja! Odgovori s kratkimi in jedrnatimi odgovori.

   a. Razloži kaj pomeni pogoj $D_0 \leq \sum\limits_{j=0}^{\infty} \frac{-De_j^{pr}}{(1+r)^{j+1}}$ pri javnem dolgu, in odnos med javnim dolgom in obrestno mero r, po kateri se država zadolžuje?

   b. Zapišite formulo za neto sedanjo vrednost (NSV), razloži njene variable in uporabo.

   c. Kako razlaga nova teorija rasti dolgoročno rast BDP p.c. in kakšen je učinek spremembe stopnje varčevanja na rast BDP p.c.?

5. Analiza javnega dolga.

   (a) Zapišite enačbo za dinamiko javnega dolga! [5 točk]

   (b) Preoblikujte enačbo tako, da bo opisovala dinamiko stopnje zadolženosti, torej razmerja med javnim dolgom in BDP! [5 točk]

   (c) Ali je javni dolg Grčije stabilen, če je trenutni delež javnega dolga v BDP enak 130% BDP, obrestna mera je 7%, rast BDP je -1% in delež primarnega proračunskega primanjkljaja 2% BDP? Predpostavljajte, da se obrestna mera, rast BDP in delež primarnega proračunskega primanjkljaja ne spreminjajo v času (nerealistično, a za potrebe izpita dovolj dobro)! Kakšna bi morala biti rast BDP in/ali delež proračunskega primanjkljaja, da bi se delež javnega dolga zmanjševal? [15 točk]

6. Vzdržnost javnega dolga v svetu z denarjem. Predpostavimo, da se Slovenija zadolžuje tako v EU kot v ZDA. V EU izdaja vrednostne papirje, ki so denominirani v evrih $B^{g,EU}$, medtem ko v ZDA izdaja vrednostne papirje, ki so denominirani v dolarjih $B^{g,ZDA}$. Predpostavimo, da je v EU nominalna obrestna mera, i^{EU}, v ZDA pa i^{ZDA}. Cena dolarja v evrih je e (npr. 0.70 evra za 1 dolar). Upoštevaj, da se tečaj evra lahko spremeni. Upoštevajoč devizni tečaj je celotni javni dolg $B_t^g = B_t^{g,EU} + e_t B_t^{g,ZDA}$. Nominalni BDP v letu t je P_tQ_t, nominalni državni izdatki so P_tG_t in nominalni obseg davkov je P_tT_t.

a. Zapiši diferenčno enačbo za stopnjo zadolženosti države upoštevajoč strukturo dolga v različnih valutah. (Namig. Celotni javni dolg mora biti izražen v evrih, kar pomeni da moramo le-tega oblikovati kot vsoto dolga v evrih in dolarjih.) [4 točke]

b. Analiziraj dejavnike vzdržnosti javnega dolga: rast BDP, inflacija, nominalne obrestne mere v EU in ZDA, sprememba deviznega tečaja in primarni proračunski primanjkljaj. [2 točki]

Rešitev.

a. Celotni javni dolg v obdobju t je

$$B_t^g = B_t^{g,EU} + e_t B_t^{g,ZDA}.$$

Stopnja zadolženosti je

$$b_t^g = \frac{B_t^{g,EU} + e_t B_t^{g,ZDA}}{P_t Q_t}.$$

Diferenčna enačba za celotni javni dolg je:

$$\begin{aligned} B_t^g &= B_{t-1}^{g,EU}(1+i^{EU}) + e_t B_{t-1}^{g,ZDA}(1+i^{ZDA}) + (P_tG_t - P_tT_t) \\ &= B_{t-1}^g(1+i^{EU}) + B_{t-1}^{g,ZDA}[e_t(1+i^{ZDA}) - e_{t-1}(1+i^{EU})] + (P_tG_t - P_tT_t). \end{aligned}$$

Diferenčna enačba za stopnjo zadolženosti pa je

$$\begin{aligned} b_t^g &= b_{t-1}^g \frac{P_{t-1}Q_{t-1}}{P_tQ_t}(1+i^{EU}) + \frac{e_{t-1}B_{t-1}^{g,ZDA}}{P_{t-1}Q_{t-1}} \frac{P_{t-1}Q_{t-1}}{P_tQ_t}[\frac{e_t}{e_{t-1}}(1+i^{ZDA}) - (1+i^{EU})] \\ &\quad + de_t^{pr} \\ b_t^g &= b_{t-1}^g \frac{(1+i^{EU})}{(1+\pi)(1+\gamma_Q)} + \frac{e_{t-1}B_{t-1}^{g,ZDA}}{P_{t-1}Q_{t-1}} \frac{[\frac{e_t}{e_{t-1}}(1+i^{ZDA}) - (1+i^{EU})]}{(1+\pi)(1+\gamma_Q)} + de_t^{pr}. \end{aligned}$$

Enačbo lahko nadalje preoblikujemo, če upoštevamo določene možnosti za poenostavitev izrazov

$$\begin{aligned} b_t^g &\approx b_{t-1}^g(i^{EU} - \pi - \gamma_Q) + \frac{e_{t-1}B_{t-1}^{g,ZDA}}{P_{t-1}Q_{t-1}} \frac{[\frac{e_t}{e_{t-1}}(1+i^{ZDA}) - (1+i^{EU})]}{(1+\pi)(1+\gamma_Q)} + de_t^{pr} \\ &\approx b_{t-1}^g(r^{EU} - \gamma_Q) + \frac{e_{t-1}B_{t-1}^{g,ZDA}}{P_{t-1}Q_{t-1}}[\frac{\Delta e}{e_{t-1}} + (i^{ZDA} - i^{EU}) - \pi - \gamma_Q] + de_t^{pr} \end{aligned}$$

b. Iz zadnjega izraza je razvidno, da višja rast BDP pomeni znižuje stopnjo zadolženosti tako v prvem kot drugem členu. Primarni proračunski primanjkljaj povečuje stopnjo zadolženosti. Rast deviznega tečaja, torej povečanje cene dolarja, je z vidika stopnje zadolženosti slabo, saj povečuje stopnjo zadolženosti. Namreč, povečanje cene dolarja (dvig deviznega tečaja) pomeni, da bo morala država v evrih ustvariti višje prihodke, da bo poplačala dan obseg dolarskih obveznosti. Če je obrestna mera v dolarjih višja kot v evrih, to povečuje stopnjo zadolženosti in obratno. To pomeni, da se izplača zadolževati v evrih; seveda, če ni pričakovana sprememba tečaja večja od te razlike. Inflacija znižuje stopnjo zadolženosti, saj so vrednostni papirji denominirani v eni izmed valut in višja raven cen realno obveznost znižuje. (Iz tega tudi izhaja motivacija za inflacijsko financiranje javnega dolga, ki je v EU seveda nedopustno.)

8 Narodnogospodarski modeli

1. Narodnogospodarski modeli.

a. Keynezianski križ. Določi ravnotežni dohodek, če je funkcija potrošnje $C = a + cQ$, investicij $I = b - di$ in obseg državnih izdatkov $G = G_0$. Kakšen je keynezianski multiplikator? [5 točk]

b. IS-LM model. Določi ravnotežje v IS-LM modelu, če vemo, da je $i = i_{ECB}$ (oziroma i_{MRO}). Prikaži vpliv ekspanzivne denarne politike! V čem je IS-LM model pomanjkljiv? [5 točk]

c. Kaj je to Phillipsova krivulja? Zapiši enačbo in pojasni sestavne dele! Ali lahko vlade izkoriščajo Phillipsovo krivuljo v svoj prid? Kakšno vlogo igrajo pričakovanja?

[4 točke]

Odgovor. Phillipsova krivulja povezuje rast cen s stopnjo brezposelnosti:

$$\pi_t = \pi_t^e + (\mu + z) - \kappa u_t,$$

kjer je π^e pričakovana stopnja inflacije, μ je neto marža, z je mera zunanjih šokov in u je stopnja brezposelnosti. κ je odzivnost stopnje inflacije na stopnjo brezposelnosti. Odgovor ni enoznačen. Države vsekakor lahko izkoriščajo Phillipsovo krivuljo v svoj prid tako, da s povečanjem stopnje inflacije zmanjšajo stopnjo brezposelnosti. Takšna sprememba pa je mogoča le v primeru, ko se pričakovanja o inflaciji oblikujejo adaptivno ali pa v primeru racionalnih pričakovanj v primeru, ko država preseneti sindikate. Adaptivna pričakovanja pomenijo, da se pričakovana stopnja inflacija oblikuje na podlagi preteklih stopenj inflacije

$$\pi_t^e = f(\pi_{t-1}, \pi_{t-2}, ...),$$

kar pomeni, da v primeru, ko je

$$\pi_t \neq f(\pi_{t-1}, \pi_{t-2}, ...),$$

lahko vlada s previsoko inflacijo zniža realne plače in tako poveča motiv za zaposlovanje in večji obseg proizvodnje. V primeru racionalnih pričakovanj pa je učinek višje inflacije, ki je lahko posledica različnih ekspanzivnih politik, na znižanje brezposelnosti možen le v primeru, ko vlada preseneti agente.

b. Kaj je to Okunov zakon? [3 točk]

Odgovor. Okunov zakon pove kako rast BDP vpliva na brezposelnost:

$$u_t - u_{t-1} = -\beta(g_{Qt} - g_{Q_n}),$$

kjer je β odzivnost sprememb stopenj brezposelnosti na odklone stopenj rasti realnega BDP (g_{Qt}) od naravnih stopenj rasti (g_{Q_n}).

2. Narodnogospodarski modeli.

a. Keynezianski križ. Določi ravnotežni dohodek, če je funkcija potrošnje $C = a + c(1-\tau)Y$, investicij $I = b - di$ in obseg državnih izdatkov $G = gY$. Naj bosta $c\tau$ in g enaka! Kakšen je keynezianski multiplikator? [5 točk]

Odgovor. Agregatni izdatki so

$$AE = a + c(1-\tau)Q + b - di + gQ.$$

Ravnotežje keynezianskega križa določata enakost AE in Q:

$$Q^* = \frac{1}{1 - c(1-\tau) - g}(a + b - di).$$

Multiplikator je

$$\frac{1}{1 - c(1-\tau) + g} = \frac{1}{1-c}.$$

b. IS-LM model. Določi ravnotežje v IS-LM modelu, če vemo, da je $i = i_{ECB} + rp$ (oziroma $i_{ECB} = i_{MRO}$ in rp je premija za tveganje). Prikaži vpliv ekspanzivne denarne politike! V čem je IS-LM model pomanjkljiv? [5 točk]

3. IS-LM model. Predpostavimo, da je agregatna potrošna funkcija:

$$C = a + cQd + c^f E(Qd^f),$$

kjer je a avtonomna potrošnja, Qd je tekoči dohodek, $E(Qd^f)$ prihodnji pričakovani dohodek, c je mejna nagnjenost k potrošnji iz tekočega dohodka in c^f mejna nagnjenost k potrošnji iz prihodnjega dohodka. Agregatne investicije so

$$I = b - di,$$

kjer je b avtonomna potrošnja ($b > 0$), d je odzivnost investicij na nominalno obrestno mero ($d > 0$). Država obdavčuje dohodke s konstantno mejno davčno stopnjo τ

$$T = \tau Q,$$

medtem ko troši v fiksnem znesku $G = G$. Naj bo realna ponudba denarja eksogeno dana M^s/P in funkcija povpraševanja po realni količini denarja $M^d/P = kQ - hi$, kjer je k odzivnost povpraševanja po denarju na količino proizvodnje in h odzivnost povpraševanja po denarju na obrestno mero ($k > 0,\ h > 0$).

a. Izpelji IS krivuljo! Kakšen je multiplikator državnih izdatkov? [3 točke]

Odgovor. IS krivuljo izpeljemo s pomočjo enakosti med agregatnimi izdatki in obsegom proizvodnje

$$\begin{aligned} AE &= Q \\ C + I + G &= Q \\ a + c(1-\tau)Q + c^f E(Qd^f) + b - di + G &= Q, \end{aligned}$$

kar da

$$IS : i = -\frac{1 - c(1-\tau)}{d} Q + \frac{a + b + c^f E(Qd^f) + G}{d}.$$

b. Izpelji LM krivuljo! V čem se ta funkcija razlikuje od funkcije v odprtem gospodarstvu z enotno valuto (primer Slovenije)? [3 točk]

Odgovor. LM krivulja označuje točke ravnotežij na trgu denarja

$$\frac{M^s}{P} = \frac{M^d}{P} = kQ - hi,$$

kar lahko prepišemo v

$$LM : i = \frac{k}{h}Q - \frac{1}{h}\frac{M^s}{P}.$$

V odprtem gospodarstvu je $i = i_{EU}[= i_{MRO}]$, kar pomeni da ponudba denarja ni naraščajoča.

c. Določi ravnotežn ravnotežni obseg proizvodnje v IS-LM modelu! [3 točke]

Odgovor. Ravnotežni obseg proizvodnje določimo z izenačitvijo

$$\begin{aligned} -\frac{1-c(1-\tau)}{d}Q + \frac{a+b+c^f E(Qd^f)+G}{d} &= \frac{k}{h}Q - \frac{1}{h}\frac{M^s}{P} \\ \frac{a+b+c^f E(Qd^f)+G}{d} + \frac{1}{h}\frac{M^s}{P} &= Q(\frac{k}{h} + \frac{1-c(1-\tau)}{d}) \\ Q^*_{IS-LM} &= \frac{1}{\frac{k}{h} + \frac{1-c(1-\tau)}{d}}\Bigg[\frac{a+b+c^f E(Qd^f)+G}{d} + \frac{1}{h} \end{aligned}$$

d. Na kakšen način lahko vlada in CB preprečita padec agregatne proizvodnje, če je pričakovani dohodek $E(Qd^f)$ manjši (tako kot v sedanji recesiji)? Kaj je ključen ugovor proti takšnim ukrepom [3 točke]

Odgovor. Država lahko to prepreči s povečanjem G in/ali znižanjem τ prepreči padec proizvodnje. Obenem pa lahko CB s povečanjem ponudbe denarja prav tako zmanjša padec proizvodnje. Problem teh sklepov je, da proizvodnja ni eno-sektorska, proti monetarni politiki pa je ugovor višja inflacija.

4. Narodnogospodarski modeli.

a. Keynezianski križ. Določi ravnotežni dohodek, če je funkcija potrošnje $C = a + c(1-\tau)Q + f\ i$, investicij $I = b - d\ i$ in obseg državnih izdatkov $G = g\ Q$. Funkcija neto izvoza naj bo $NX = NX_0 - zQ$, kjer je NX_0 neto izvoz in z mejna nagnjenost k uvozu! Kakšen je keynezianski multiplikator? [10 točk]

b. IS-LM model. Določi ravnotežje v IS-LM modelu, če vemo, da je $i = i_{ECB}$ (oziroma i_{MRO}). Prikaži vpliv ekspanzivne denarne politike! V čem je IS-LM model pomanjkljiv? [5 točk]

5. IS-LM model. Predpostavimo, da je agregatna potrošna funkcija:

$$C = a + cQd + c^f E(Qd^f),$$

kjer je a avtonomna potrošnja, Qd je tekoči dohodek, $E(Qd^f)$ prihodnji pričakovani dohodek, c je mejna nagnjenost k potrošnji iz tekočega dohodka in c^f mejna nagnjenost k potrošnji iz prihodnjega dohodka. Agregatne investicije so

$$I = b + gQ - di,$$

kjer je b avtonomna potrošnja ($b > 0$), d je odzivnost investicij na nominalno obrestno mero ($d > 0$) in g je odzivnost investicij na BDP. Država obdavčuje dohodke s konstantno mejno davčno stopnjo τ

$$T = \tau Q,$$

medtem ko troši v fiksnem znesku $G = G$. Naj bo realna ponudba denarja eksogeno dana M^s/P in funkcija povpraševanja po realni količini denarja $M^d/P = \frac{M_0}{P} + kQ - hi$, kjer je k odzivnost povpraševanja po denarju na količino proizvodnje in h odzivnost povpraševanja po denarju na obrestno mero ($k > 0,\ h > 0$).

a. Izpelji IS krivuljo! Kakšen je multiplikator državnih izdatkov? [3 točke]

b. Izpelji LM krivuljo! [2 točki]

c. Določi ravnotežn ravnotežni obseg proizvodnje v IS-LM modelu! [3 točke]

d. Na kakšen način lahko vlada vpliva na gospodarsko aktivnost, če poskuša zmanjšati proračunski primanjkljaj? Za koliko enot se spremeni Q^*, če se poveča G? [2 točke]

6. Recimo, da imamo naslednje odprto gospodarstvo. Potrošna funkcija je klasična keynezianska, torej $C = a + cQD$, pri čemer je razpoložljivi dohodek, $QD = (1 - \tau)Q$, τ pa je neto mejna davčna stopnja. Investicijska funkcija je $I = b - di$, pri čemer je i nominalna obrestna mera, državni izdatki, G pa so eksogeni. Funkcija neto izvoza je $NX = X - g - mY + nE$, pri čemer je X avtonomni izvoz, g avtonomni uvoz, m mejna nagnjenost k uvozu, $E = \frac{eP^*}{P}$ je realni devizni tečaj, n pa odzivnost neto izvoza na spremembe realnega deviznega tečaja.

   a. Izpelji IS krivuljo! [8 točke]

   b. Izpelji AD krivuljo ob upoštevanju popolne mobilnosti kapitala in fiksnih tečajev! [2 točki]

   c. Katere elemente zanemarja IS-LM-BP model, pa jih dodaja AD-AS model? [2 točke]

7. V AD-AS modelu analiziraj posledice ekspanzivne monetarne politike ob predpostavki, da delavci oblikujejo pričakovanja adaptivno! Ali lahko pride do hiperinflacije v primeru neprestanega prilagajanja denarne mase? [15 točk]