Makroekonomija

Predavanje 3: Investicije in trgi kapitala

Sašo Polanec

Fakulteta za matematiko in fiziko in
Ekonomska fakulteta
Univerza v Ljubljani

Oktober 2013

Motivacija: Zakaj nas zanimajo investicije?

- Agregatne bruto investicije so druga največja posamična komponenta BDP
  - delež I v Q v ZDA je v letu 2003 znašal 15.1,
  - v Španiji 27.8,
  - na Japonskem 23.8,
  - v Sloveniji pa 24.1..
- Investicije so močno **proциклične** in povečujejo amplitudo gospodarskega cikla. Padec bruto investicij v letu 2009 je bil kar -32%.
- Investicije določajo dinamiko kapitala (K) v gospodarstvu:

$$K_{t+1} = K_t(1-\delta) + I_t$$

in s tem dinamiko agregatne proizvodnje, $\gamma_{Q,t}$.

Vrste investicijskih izdatkov

Investicijske izdatke delimo v tri skupine:

- fiksne poslovne investicije (v ZDA okrog 10-12% BDP)
  - investicije v osnovna sredstva v podjetjih (zemljišča, stavbe, proizvodna oprema, avtomobili, vzdrževalna dela, ki podaljšajo življenjsko dobo osnovnih sredstev, itd.),
  - prociklične
- rezidenčne investicije (v ZDA okrog 5% BDP)
  - investicije v stanovanja in hiše gospodinjstev,
  - prociklične
- investicije v zaloge (v ZDA do $\pm$ 1% BDP)
  - povečanje zalog se beleži kot pozitivne investicije v zaloge in obratno,
  - proticiklične: v času recesije se te investicije nepričakovano povečajo, v času ekspanzije pa se nepričakovano znižajo.

Vrste investicijskih izdatkov II

- Med investicijske izdatke ne štejemo **investicij v človeški kapital** (angl. human capital) in **izdatkov za raziskave in razvoj** (angl. research and development), zato je obseg agregatnih investicij podcenjen.
    - ZDA so vlagale bistveno več kot številne druge države – okrog 8% BDP v človeški kapital in okrog 3% BDP v R&D
    - V Sloveniji sta ta deleža nižja: 6% BDP v izobraževanje in 1.3% v R&D.
- Investicije v človeški kapital vključujejo investicije v formalne (šola) in neformalne oblike učenja (podjetja).
    - Izdatki države za predšolsko vzgojo, osnovnošolsko izobraževanje, srednješolsko izobraževanje in visokošolsko izobraževanje so del tekoče državne potrošnje.
    - Izdatki posameznikov za te oblike izobraževanja so del tekoče individualne potrošnje.
- Izdatki za raziskave in razvoj vključujejo izdatke za razvoj novih produktov, razvoj novih proizvodnih procesov, itd. Ti izdatki se beležijo bodisi kot del dodane vrednosti (preko plač zaposlenih v R&D oddelkih) bodisi del materialnih stroškov in poslovnih investicij.

Bruto in neto investicije

- Bruto investicije so opredeljene kot vsota neto investicij in amortizacije:

$$I_t = NI_t + \delta K_t,$$

kjer je δ stopnja amortizacije in K_t obseg fizičnega kapitala na začetku leta t

- Neto investicije so enake povečanju fizičnega kapitala:

$$NI_t = Kt + 1 - Kt,$$

kar pomeni, da so bruto investicije razlika med kapitalom v letu $t + 1$ in kapitalom, ki se ohrani iz leta t:

$$\begin{aligned} I_t =& (K_{t+1} - K_t) + \delta K_t, \\ =& K_{t+1} - (1 - \delta) Kt. \end{aligned}$$

Dejavniki investicij

- Na obseg realiziranih (izvedenih) investicij vplivata dva ključna dejavnika:
  - povpraševanje po investicijah različnih skupin agentov (podjetja, gospodinjstva, država) in
  - ponudba investicijskih dobrin (privatna in državna, domača in tuja podjetja).
- Za financiranje investicijskih projektov se podjetja, gospodinjstva in država zanašajo na
  - lastna privarčevana sredstva in na
  - izposojena sredstva (od kateregakoli drugega agenta).

Metode vrednotenja investicijskih projektov

- Kako se odločamo o tem ali je smiselno investirati v določen projekt kot je nakup zemljišča, izgradnja rezidenčnega in nerizidenčnega poslopja, nakupa stroja, vlaganja v nov produkt?
- Teorija poslovnih financ in ekonomske vede nasploh ponujajo več odločitvenih pravil za odločanje o projektih:
    - diskontirano obdobje povračila
    - neto sedanja vrednost
    - interna stopnja donosa in modificirana stopnja donosa.
- Navedene metode uporabljajo časovno vrednost denarja.

Časovna vrednost denarja

- Osnovna premisa je že znana iz poglavja o potrošnji in varčevanju: 1 EUR danes nam ne pomeni enako (ni enako vreden) kot 1 EUR prejet naslednje leto.
- Vrednotenje projektov pomeni primerjavo projektov z različnimi (neto) denarnimi tokovi (angl. cash flows), ki jih bomo označili s CF_t.
- Naj $PV(CF_t)$ označuje sedanjo vrednost denarnega toka, ki nastane v obdobju t. Izračunamo jo kot:

$$PV(CF_t) \quad = \quad \frac{CF_t}{(1+i)^t},$$

  pri čemer je i nominalna obrestna mera in $1+i$ diskontni faktor. V primeru, ko ni inflacije – kot v gospodarstvu ni denarja – je nominalna obrestna mera $i = r$.
- Nasprotna operacija je izračun prihodnje vrednosti. Če nas zanima prihodnja vrednost denarnega toka, ki nastane v letu t, v letu $t + T$ jo izračunamo kot:

$$FV_{t+T}(CF_t) \quad = \quad CF_t\,(1+i)^T,$$

Denarni tokovi projektov

- Denarni tokovi projektov nastajajo v različnih časovnih obdobjih.
- Običajni investicijski projekti se pričnejo z vnaprejšnjimi izdatki za investicijske dobrine (takšne tokove označimo z I_t, ki vključujejo angažiranje raziskovalcev, nakup kapitalske opreme), ki mu sledijo obdobja pozitivnih neto denarnih tokov, saj prihodki od prodaje (R_t) presegajo stroške poslovanja (C_t).
- I_t, C_t in R_t so denarni tokovi. Neto denarni tokovi so opredeljeni kot:

$$CF_t = R_t + C_t - I_t.$$

- Projekt je lahko vlaganje v izobraževanje
    - I_t je lahko šolnina in drugi stroški povezani z izobraževanjem ter oportunitetni stroški (izgubljen delovni dohodek).
    - R_t je dohodek, ki ga prejme oseba, ki dokonča izobraževanje, C_t pa dohodek, ki ga prejme brez dokončanega izobraževanja.

Implicitne predpostavke v metodah vrednotenja

Uporaba metod vrednotenja za teorijo temelji na dveh predpostavkah:

- Če naj bi metode vrednotenja uporabili tudi za modeliranje dejanskih odločitev agentov, je tiha predpostavka, da so agenti **racionalni**. Agenti lahko uporabljajo slabše odločitvene kriterije, ki pa ne vodijo v maksimiziranje premoženja – a so lahko relevantne za pojasnjevanje investicijske dinamike! (Opuščanje predpostavke racionalnosti pa pomeni, da je napovedi lahko zelo veliko, saj se neracionalnost lahko kaže v zelo različnih aspektih (nepopolno zbrane informacije, uporaba suboptimalnih metod računanja, uporaba suboptimalnih metod napovedovanja, itd.)

- Agenti naj bi bili **nevtralni do tveganj**. Cilj agentov je maksimizacija pričakovane vrednosti premoženja in ne pričakovane življenjske koristnosti premoženja. Ker je pričakovana koristnost konkavna funkcija, pričakovano premoženje pa linearna funkcija, so pomembne razlike v obnašanju. Utemeljitev agentov, ki so nevtralni do tveganja: gospodinjstva naj bi držala razpršene portfelje in s tem uživala v pričakovani vrednosti brez tveganja.

Investicijske odločitve v dva medsebojno izključljiva projekta

	Neto denarni tok, CF_t	
Obdobje, t	Projekt A	Projekt B
0	-100	-100
1	40	15
2	30	25
3	20	30
4	10	35
5	5	40

- Denarni tokovi so diskontirani po stopnji 5%.
- Kateri projekt naj izberemo?

Diskontirani denarni tokovi

		Neto denarni tok, CF_t			
Obdobje	Disk. faktor	Projekt A		Projekt B	
t	$\frac{1}{(1+i)^t}$	CF_t	$\frac{CF_t}{(1+i)^t}$	CF_t	$\frac{CF_t}{(1+i)^t}$
0	1.00	−100	−100.00	−100	−100.00
1	0.95	40	38.10	15	14.29
2	0.91	30	27.21	25	22.68
3	0.86	20	17.28	30	25.92
4	0.82	10	8.23	35	28.79
5	0.78	10	7.84	40	31.34

Neto sedanja vrednost

- Neto sedanja vrednost (angl. net present value, NPV) uporablja vse denarne tokove do zaključka projekta (obdobje T):

$$NPV = \sum_{t=0}^{T} \frac{CF_t}{(1+i)^t}$$

- NPV projekta A je negativen (-1.355), medtem ko je NPV projekta B pozitivna (23.012).
- $NPV = 0$ pomeni
  - da si investitor poplača investirani kapital in
  - zagotavlja zahtevano stopnjo donosa na kapital, za katero zaenkrat predpostavljamo, da je enaka nominalni obrestni meri.
- Smiselno bi bilo investirati v projekt B, saj bi se z njegovo izvedbo premoženje povečalo.

Interna stopnja donosa

- Interna stopnja donosa (angl. internal rate of return) je opredeljena kot tista stopnja donosa, ki izenačuje sedanjo vrednost denarnih pritokov s sedanjo vrednostjo odtokov: $PV(Pritoki) = PV(Odtoki)$
- Algebraično je IRR rešitev naslednje polinomske enačbe:

$$0 = \sum_{t=0}^{T} \frac{CF_t}{(1+IRR)^t}$$

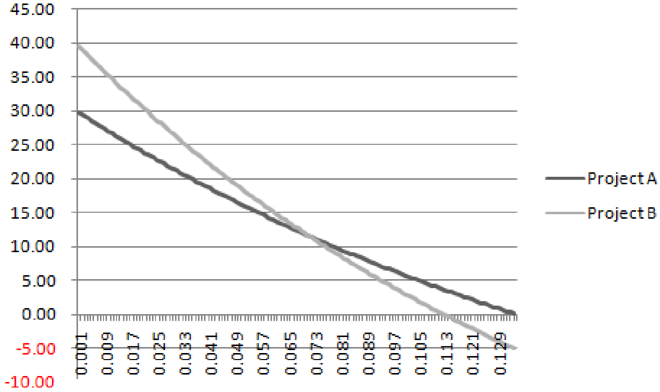
- IRR projekta je njegova pričakovana donosnost.
- IRR projekta A je 4.35 odstotke in IRR projekta B je 11.87 odstotkov.
- Investicijski kriterij je:
    - če je $IRR \geq i \implies$, investiraj (Projekt B: $11.87\% \geq 5\%$)
    - če je $IRR < i \implies$, ne investiraj. (Projekt A: $4.35\% \geq 5\%$)

Note. $IRR = i$ pomeni, da sta opciji investiraj in ne investiraj ekvivalentni.

Primerjava NPV in IRR

- Matematično NPV in IRR vedno vodita v enake odločitve za neodvisne projekte:
  - Če je $NPV \geq 0$, potem $IRR \geq i$.
- Vendar NPV in IRR lahko vodita do različnih rangiranj za medsebojno izključujočih projektih.
- Primer. Predpostavimo, da se krivulji $NPV(i)$ za dva projekta sekata (glej sliko spodaj):
  - Pri $i = 5\%$ $NPV^B > NPV^A$.
  - Pri $i = 10\%$ $NPV^A > NPV^B$.
  - $IRR^A > IRR^B$.
- NPV je teoretično superiorna metoda; vendar pa je IRR bolj popularna pri managerjih.
- Glavna omejitev IRR je, da predpostavlja, da je v prihodnje mogoče reinvestirati denarne tokove po obrestni meri, ki je enaka IRR! To je lahko preveč optimistično.

NPV in IRR izključujočih projektov



Opombe. i) Projekta se razlikujeta od zgoraj predpostavljenih vrednosti.
ii) NPV normalnih projektov se znižuje z višino obrestnih mer.

Medsebojno izključujoči (konkurenčni) projekti in presečišče $NPV(i)$

- V primeru konkurenčnih projektov, sta lahko priporočili katerega izmed projektov izbrati na podlagi NPV in IRR nasprotujoči.
- Kdaj lahko prihaja do obstoja presečišča funkcij $NPV(i)$ dveh konkurenčnih projektov?
    - Kadar obstajajo pomembne razlike v velikosti tokov: enprojekt ima visoko začetno investicijo in visoke kasnejše neto denarne tokove, drugi pa ima nizko začetno investicijo in nizke denarne tokove. Večji projekt se izpelje le v primeru, ko imata majhen projekt in pa projekt 'razlik' oba pozitivne vrednosti pri dani obrestni meri.
    - Kadar obstajajo razlike v časovnem zaporedju denarnih tokov (tudi v primeru enakih začetnih investicij). Projekt z visokimi denarnimi tokovi v prihodnosti je močno penaliziran z visoko diskontno mero (stroški kapitala). Tako imajo dolgoročni projekti bolj strme krivulje $NPV(i)$, ker so bolj občutljivi na obrestno mero.

Neobičajni projekti

- Običajen projekt je tisti, za katerega velja, da negativnim neto denarnim tokovom sledi zaporedje pozitivnih neto denarnih tokov. Neobičajen projekt ima visoke denarne odtoke tudi na sredini ali proti koncu življenjske dobe. Npr. nuklearna elektrarna ima visoke stroške demontaže.
- Primer. Diskontna mera je $i = 0.10$.
    - Projekt A: obdobje 0, odtok 100; obdobje 1, 120 pritok; $IRR = 20\%$, $NPV = 9.09$
    - Projekt B: obdobje 0, pritok 83.33; obdobje 1, 100 odtok; $IRR = 20\%$, $NPV = -7.58$
- Na podlagi IRR bi sprejeli oba projekta, medtem ko NPV navaja k sprejetju le prvega projekta.
- Interpretacija: Projekt A predstavlja agenta, ki daje posojilo (upnik), projekt B pa izposojo. Zato je smiselno priporočilo, da pri $IRR > i$ podjetje da posojilo, medtem ko se ne izplača zadolževati!
- Za nekatere projekte ni mogoče določiti IRR (tistim, ki imajo pozitivne NPV za vse vrednosti i), obenem pa imajo nekateri projekti več IRR (če se predznak neto denarnih tokov zamenja večkrat).

Primer 1.

- Podjetje se odloča o gradbenem investicijskem projektu, ki ima naslednje denarne tokove:
  - nakup zazidljivega zemljišča v letu 0 v višini 2 milijona evrov (npr. 2000 m^2)
  - izgradnja stanovanjskega bloka v letu 1 v pričakovani vrednosti 4 milijona evrov
  - prodaja stanovanjskega bloka v letu 2 v pričakovani vrednosti 7 milijonov evrov
- Nominalna obrestna mera, i = 5%, po kateri podjetje financira projekt je konstantna v času.
- Ali se podjetju izplača izvesti projekt?

$$
\begin{aligned}
NPV_0 =& CF_0 + \frac{CF_1}{1+i} + \frac{CF_2}{(1+i)^2} \\
=& -I_0 - \frac{I_1}{1+i} + \frac{R_2}{(1+i)^2} \\
=& (-2 - \frac{4}{1+0.05} + \frac{7}{(1+0.05)^2}) \times 10^6 = 0.53\ 10^6 > 0.
\end{aligned}
$$

Primer 2

- Podjetje se odloča o projektu, ki ima naslednje denarne tokove:
  - nakup stanovanja v vrednosti 400,000 evrov,
  - oddajanje stanovanja v najem v višini 1,000 evrov mesečno (v neskončnost) od prvega obdobja dalje.
- Ali se podjetju izplača izvesti projekt, če je i = 5%?

$$\begin{aligned} NPV_0 &= -I_0 + \frac{R_1}{1+i} + \frac{R_2}{(1+i)^2} + \frac{R_3}{(1+i)^3} + \ldots \\ &= -I_0 + \frac{R_1}{1+i}[1 + \frac{1}{1+i} + \frac{1}{(1+i)^2} + \ldots] \\ &= -I_0 + \frac{R_1}{1+i}\frac{1}{1-\frac{1}{1+i}} = -I_0 + \frac{R}{i} \\ &= -400,000 + \frac{12,000}{0.05} = -160,000\ EUR \ < 0. \end{aligned}$$

- *IRR* tega projekta je 3%, kar pomeni, da bi bilo ob znižanju tržne obrestne mere pod 3% smiselno izvesti tudi ta projekt.

Model proizvodnega gospodinjstva

- Pregled teorij investicij pričnimo z dvo-obdobnim modelom proizvodnega gospodinjstva, ki uporablja metodo neto sedanje vrednosti.
- Za boljšo predstavo si zamislimo, da gre za investicijo gospodinjstva v formalno in neformalno izobraževanje. Koliko let se je ekonomsko smiselno šolati?
- Spomnimo, da je v teoriji potrošnje/varčevanja gospodinjstvo lahko prenašalo kupno moč v času zgolj z zadolžnicami (B).
- Dodajmo gospodinjstvom možnost, da investirajo v človeški kapital (I), ki omogoča povečanje akumuliranega kapitala in povečanje obsega proizvodnje.
- Ključna implikacija: gospodinjstva se odločajo med tema dvema možnostima na podlagi primerjave donosnosti.

Model proizvodnega gospodinjstva II

- Predpostavimo, da je dohodek gospodinjstva odvisen od obsega akumuliranega človeškega kapitala. Z drugimi besedami, produkcijska funkcija je:

  $$Q_t = F(K_t),\ F'(.) > 0, F''(.) < 0.$$

  Odvoda pomenita, da je mejni produkt kapitala pozitiven in pada z obsegom kapitala.

- Človeški kapital se povečuje v skladu z naslednjo enačbo

  $$K_{t+1} = K_t(1-\delta) + I_t.$$

- Interpretacija amortizacijske stopnje je npr. zastarevanje znanja in retencija.
- V dvo-obdobnem modelu je K_0 eksogeno dan obseg človeškega kapitala.

Model proizvodnega gospodinjstva III

- Dinamiko finančnih prihrankov (tokrat brez davkov) opisuje:

$$B_t = B_{t-1}(1+r) + Q_t - C_t - I_t, t \in 1, 2$$

- Upoštevajoč produkcijsko funkcijo dobimo

$$B_t = B_{t-1}(1+r) + F(K_{t-1}) - C_t - I_t, t \in 1, 2.$$

- Ker investicije povečujejo dohodke z odlogom, se investiranje v drugem obdobju ne izplača:

$$\begin{aligned} B_1 =& B_0(1+r) + F(K_0) - C_1 - I_1, \\ B_2 =& B_1(1+r) + F(K_0(1-\delta) + I_1) - C_2. \end{aligned}$$

- Ob predpostavki, da sta $B_0 = B_2 = 0$, je življenjska proračunska omejitev:

$$C_1 + \frac{C_2}{1+r} = F(K_0) - I_1 + \frac{F(K_0(1-\delta) + I_1)}{1+r}$$

Model proizvodnega gospodinjstva IV

- Ob predpostavki popolnih finančnih trgov, ki se odražajo v obsegu posojil, ki so upravičeni s prihodnjimi denarnimi tokovi.
- Cilj gospodinjstva je maksimizacija življenjski koristnosti, pri čemer se odloča o C_1, C_2 in I_1.
- Problem lahko razbijemo na dva dela:
  1. Najprej poiščemo obseg investicij, ki maksimizira premoženje.
  2. Nato poiščemo potrošnjo v obeh obdobjih ob izbranem obsegu investicij.
- Drugi del je enak kot doslej: ob dani vrednosti premoženja – diskotnirane vsote dohodkov – izberemo C_1, C_2 in S_1.

Model proizvodnega gospodinjstva V

- Maksimizacija premoženja pomeni, da izbiramo obseg investicij, ki maksimizirajo realno premoženje:

$$O_R = F(K_0) - I_1 + \frac{F(K_0(1-\delta) + I_1)}{1+r}$$

- Pogoj prvega reda je:

$$\frac{\partial O_R}{\partial I_1} = -1 + \frac{F'(K_1)}{1+r} = 0 \implies F'(K_1) = 1 + r$$

- Obseg investicij lahko določimo, če izberem konkretno obliko produkcijske funkcije. Na primer, ob predpostavki, da je izbrana potenčna funkcija, $Q_t = F(K_{t-1}) = K_{t-1}^{\alpha}$.
- Pogoj prvega reda in obseg investicij sta:

$$\alpha(K_0(1-\delta) + I_1)^{\alpha-1} = 1 + r \implies I_1 = (\frac{\alpha}{1+r})^{1-\alpha} - K_0(1-\delta)$$

Model proizvodnega gospodinjstva: Napovedi modela

- Povečanje mejne produktivnosti kapitala (višja vrednost parametra α v produkcijski funkciji), pomeni večji obseg investicij
- Višji začetni kapital (K_1) pomeni manjši obseg investicij, saj je mejni produkt manjši.
- Višja stopnja amortizacije, večji je obseg investicij. (To drži v tem modelu!)
- Višja obrestna mera (višji oportunitetni strošek) pomeni manjši obseg investicij.

Model proizvodnega gospodinjstva in negotovost

- Vlaganje v človeški kapital ne poveča nujno dohodkov. Npr. visokošolska diploma ne poveča dohodkov z gotovostjo. V povprečju jih poveča, a ne vsem osebam!
- Predpostavimo, da investicija poveča dohodek le z določeno verjetnostjo, p. V tem primeru imamo ponovno dve stanji narave. Dobro stanje z verjetnostjo p in slabo stanje narave z verjetnostjo $1-p$.
- V primeru negotovosti pa zaradi konkavnosti funkcij koristnosti in Jensenove neenakosti ni mogoče ločiti problema potrošnje od problema investicij.
- V tem primeru maksimiziramo življenjsko koristnost tako, da hkrati izbiramo potrošnjo in investicije.
- Predpostavimo logaritemsko obdobno funkcijo koristnosti.

Model proizvodnega gospodinjstva in negotovost

- Življenjska koristnost naj bo v tem primeru logaritemska (tretji odvod je pozitiven - previdnostni motiv), diskontni faktor pa 1. Nadalje naj bosta verjetnosti obeh stanj enaki 1/2:

$$E[U(C_1, C_2)] = \ln(C_1) + 0.5\ln(C_{S2}) + 0.5\ln(C_{D2}).$$

- Omejitvi v slabem stanju in dobrem narave ob predpostavki, da sta realna obrestna mera, r, in stopnja amortizacije enaki 0. Mejni produkt kapitala je konstanten, donos investicije pa je odvisen od stanja narave. V povprečju je pozitiven in enak s, vendar pa je v slabem/dobrem stanju manjši/večji za Δ:

$$\begin{aligned} C_1 + C_{S2} =& K_0 - I_1 + K_0 + I_1(1 + s - \Delta), \\ C_1 + C_{D2} =& K_0 - I_1 + K_0 + I_1(1 + s + \Delta), \ s, \Delta > 0. \end{aligned}$$

Model proizvodnega gospodinjstva in negotovost II: Rešitev z metodo substitucije

- Ker gre za problem, za katerega vemo, da so rešitve notranje (zaradi konkavnosti funkcije koristnosti in linearnosti produkcijske funkcije), ga lahko rešimo z metodo substitucije.
- Pričakovana koristnost je odvisna od dveh spremenljivk je:

$$
\begin{aligned}
E[U(C_1, I_1)] = \ln(C_1) &+ 0.5\ln(2K_0 + (s-\Delta)I_1 - C_1) \\
&+ 0.5\ln(2K_0 + (s+\Delta)I_1 - C_1)
\end{aligned}
$$

- Pogoja prvega reda za C_1 in I_1 sta:

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial E[U(C_1, I_1)]}{\partial C_1} &= \frac{1}{C_1} - \frac{0.5}{C_{S2}} - \frac{0.5}{C_{D2}} = 0, \\
\frac{\partial E[U(C_1, I_1)]}{\partial I_1} &= \frac{0.5(s-\Delta)}{2K_0 + (s-\Delta)I_1 - C_1} + \frac{0.5(s+\Delta)}{2K_0 + (s+\Delta)I_1 - C_1} = 0.
\end{aligned}
$$

Model proizvodnega gospodinjstva in negotovost III: Rešitev z metodo substitucije

- Najprej opazimo, da zaradi odsotnosti stroška financiranja (r) in diskontiranja ter linearne produkcijske funkcije, za vrednosti $s > \Delta$ ne obstaja končni obseg investicij. Pričakovana mejna koristnost je pozitivna dokler imenovalec ne gre proti neskončnosti, kar je mogoče le v primeru, ko gredo investicije proti neskončnosti. Če je $s = \Delta$, potem se ne izplača investirati ($C_1 = C_{S2} = C_{D2}$).
- Rešitev lahko poiščemo le v primeru, ko je $1 < s < \Delta$. V tem primeru najprej izrazimo potrošnjo v odvisnosti od investicij in začetnega kapitala: $C_1 = 2K_0 + \frac{s^2 - \Delta^2}{s} I_1$.
- Nato vstavimo to enačbo v prvi pogoj prvega reda, kar da obseg investicij: $I_1 = \frac{2s\Delta K_0}{(1+\Delta)(\Delta^2 - s^2)}$. Opazimo lahko, da višji s poveča obseg investicij, medtem ko povečanje Δ pomeni zmanjšanje investicij.
- Obseg potrošnje je tako enak $C_1 = 2K_0(1 - \frac{\Delta}{1+\Delta})$. Povečanje Δ zmanjša potrošnjo zaradi previdnostnega motiva. s na rezultat ne vpliva.

Donosnost izobraževanja v Sloveniji

- Kako ugotoviti ali se izplača investicija v izobraževanja? Na primer, ali se izplača vpisati na 3 letni program Finančne matematike?

- Najbolj splošen pristop upošteva razlike v pričakovani koristnosti (odločitev je negotova) v primeru zaposlitve po srednji šoli (indeks z) in študija (s):

$$\begin{aligned} E_0(U_z) &= E\left(\sum_{t=0}^{T} \beta^t u(C_{z,t})\right), \\ E_0(U_s) &= E\left(\sum_{t=0}^{T} \beta^t u(C_{s,t})\right). \end{aligned}$$

  pri čemer je T dolžina življenja.

- Potrošnja je odvisna od stroškov šolnin in drugih stroškov, časa namenjenega delu/študiju, itd.

- Odločitev za študij se izplača, če je $E_0(U_s) > E_0(U_z)$.

Donosnost izobraževanja v Sloveniji II

- Ob predpostavki, da so dohodki gotovi, študent/zaposleni ne varčuje, ni šolnin in da je funkcija koristnosti kar $u(C_{z,t}) = C_{z,t}$, lahko obdobne funkcije koristnosti zapišemo kot $u(C_{z,t}) = W_{z,t}$:

$$U_z = \sum_{t=0}^{T} \beta^t W_{z,t}, \quad U_s = \sum_{t=0}^{T} \beta^t W_{s,t}.$$

- Z vidika denarnih tokov in predpostavki, da je $\rho = r$ lahko zapišemo kot

$$U_s - U_z = \sum_{t=0}^{T} \beta^t (W_{s,t} - W_{z,t}) = \sum_{t=0}^{T} \frac{(W_{s,t} - W_{z,t})}{(1+r)^t},$$

- Če študent ne dela in plače ne rastejo, lahko razliko v koristnosti (neto sedanjo vrednost) zapišemo kot:

$$NPV_s = -\sum_{t=0}^{2} \frac{W_{z,t}}{(1+r)^t} + \sum_{t=3}^{T} \frac{(W_{s,t} - W_{z,t})}{(1+r)^t}.$$

To pomeni, da v času študija izgubimo plačo, kasneje pa dobimo razliko v plačah med diplomanti in srednješolci.

Privatna donosnost izobraževanja v Sloveniji, 1994-2008

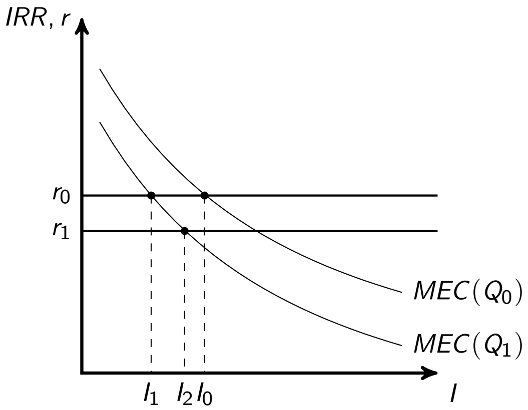
	Moški			Ženske		
	1994	2001	2008	1994	2001	2008
			Ravni študija			
2-letni dod. študij	9.31	11.07	9.68	7.65	10.96	9.99
4-letni dod. študij	9.78	11.07	9.63	9.43	11.25	9.94
Magisterij	10.82	17.40	14.82	11.26	18.20	16.11
Doktorat	11.92	8.94	6.62	9.29	8.33	6.28
Povprečje[a]	9.70	11.35	9.87	8.45	11.32	10.18
			Področja (4-letni dod. študij)			
Izobraževanje	5.88	8.70	6.70	6.45	9.49	9.26
Umet. & human.	8.27	9.85	7.56	7.60	10.25	9.49
Družb. posl. vede in pravo	11.61	11.68	9.79	10.82	11.77	10.18
Znan. & Mat.	9.30	11.35	9.61	7.98	11.15	10.19
Inženirji.	8.06	9.89	9.46	7.25	8.92	8.67
Kmet. & Vet.	9.61	10.12	8.03	7.72	9.48	7.93
Zdravstvo	10.84	13.84	11.04	9.87	12.34	9.64

Vir: Ahčan, Bartolj, Feldin in Polanec (2013; Post-Communist Economies).
Opombe: Stopnje donosnosti so podane v odstotkih. [a] Povprečna donosnost je tehtana z deleži zaposlenih.

Keynezianska teorija investicij

- Keynezianska teorija investicij nadgrajuje metode določanja donosnosti projektov.
- Po tej teoriji se različne projekte rangira na podlagi internih stopenj donosnosti.
- Krivulja, ki povezuje te interne stopnje donosnosti se imenuje mejna učinkovitost kapitala (angl. marginal efficiency of capital, MEC).
- Na kapitalskih trgih finančne vire pridobijo zgolj projekti, katerih interne stopnje donosnosti presegajo tržno obrestno mero. Ravnotežje na trgu kapitala je tako v presečišču dveh krivulj: i) krivulje mejne učinkovitosti kapitala in ii) krivulje, ki odraža zahtevano donosnost kapitala.
- Krivulja MEC se premakne vsakokrat, ko se pogoji poslovanja spremenijo. Znižanje agregatnega povpraševanja pomeni, da se prihodki večine podjetij zniža in se posledično krivulja premakne navzdol.
- Znižanje obrestne mere pomeni, da se izplača financirati tudi del projektov, ki jih pred znižanjem ni bilo smiselno financirati.

Grafični prikaz keynezianske teorije investicij



Opomba: V sliki je prikazan ravnotežni obseg investicij pri danem agregatnem povpraševanju (Q_0). V času gospodarske krize se je krivulja MEC premaknila navzdol zaradi zmanjšanih prihodkov na končnih trgih ($Q_0 \rightarrow Q_1$), zato se se investicije zmanjšale. Centralne banke so se odzvale z znižanjem obrestnih mer $r_0 \rightarrow r_1$, ki je spodbudilo gospodarsko aktivnost.

Davki in Keynezianska teorija investicij

- Davki in subvencije spreminjajo denarne tokove podjetij, zato lahko spreminjajo tudi odločitve o obsegu investicij.
- Vrnimo se k primeru preproste odločitve o izvedbi projekta, ko ni negotovosti. Recimo, da država subvencionira začetni obseg investicij:
$$NPV_0 = -(1+\tau)I_0 + \frac{R_1 - C_1}{1+r}$$
kjer je $\tau_I < 0$. Negativna davčna stopnja pomeni, da gre za subvencioniranje investicijskih izdatkov. Ob dani obrestni meri je zaradi državne subvencije investicije neto sedanja vrednost večja.
- Interna stopnja donosa projekta se prav tako poveča ob uvedbi subvencij (imenovalec ulomka se zmanjša):
$$IRR = \frac{R_1 - C_1}{(1+\tau_I)I_0} - 1$$
- To pomeni, da subvencije lahko premaknejo krivuljo mejne učinkovitosti kapitala na desno in navzgor. Posledica investicijskih subvencij je večji obseg v ravnotežju.

Negotovost in vrednotenje projektov

- Kako vpliva negotovost na višino neto sedanje vrednosti?
- Cilj podjetij, ob predpostavki nevtralnosti do tveganj agentov, je maksimizacija pričakovane neto sedanje vrednosti:

$$E_0[NPV_0] = E[CF_0 + \frac{CF_1}{1+r} + \frac{CF_2}{(1+r)^2} + \frac{CF_3}{(1+r)^3} + ...]$$

- Negotovost vpliva tako, da moramo denarne tokove utežiti s pripadajočimi verjetnostmi.
- Primer. Naj bo investicija zgolj z dvema denarnima tokovoma, $CF_0 = -I_0$ in $CF_1 = R_1$. Recimo, da je R slučajna spremenljivka z dvema možnima dogodkoma (dober in slab). Pričakovana neto sedanja vrednost je:

$$E_0[NPV_0] = -I_0 + \frac{p_{S1}R_{S1} + p_{D1}R_{D1}}{1+r}$$

- V tem primeru negotovost vpliva zgolj preko določanja višine pričakovanih prihodkov $E(R)$, medtem ko razpršenost ne vpliva na odločitev o investiciji. To je posledica dejstva, da so agenti nevtralni do tveganja.

Negotovost, irreverzibilnost in investicije

- Negotovost lahko (poleg variance) vpliva na odločitve o investicijah do tveganja nevtralnih agentov tudi v primeru, ko se le-ta v času spreminja.
- V času gospodarskih kriz se običajno negotovost najprej poveča, nato pa se ponovno zmanjša. Prav to pričakovano zmanjšanje negotovosti lahko vpliva na preložitev odločitve o investiciji v prihodnost.
- Ena izmed ključnih predpostavk je, da investicij ni mogoče povrniti – to pomeni, da je del investicije I_0 izgubljen (angl. sunk cost; odtod irreverzibilnost).
- Predpostavimo, da se podjetje odloča o eni investiciji (npr. nakup stroja) v tekočem letu (0) oz. v prihodnjem letu (1). Projekta sta tako medsebojno izključujoča.
- Predpostavljamo, da projekt ustvarja prihodke v višini bodisi R_1 bodisi R_2, pri čemer je $R_D > R_S$. Projekt ima tako ex-ante negotove prihodke.

Negotovost, irreverzibilnost in investicije II

- Podjetje ne pozna prihodkov do konca obdobja 1. V letu 0 ocenjuje, da je verjetnost visokih prihodkov (R_D) enaka p, verjetnost nizkih prihodkov (R_S) pa $1-p$.

- Nadalje predpostavimo, da je vrednost investicije v prvem obdobju enaka:

$$E_0(NPV_{I_0>0}) = -I_0 + \frac{pR_D + (1-p)R_S}{1+r} + \frac{pR_D + (1-p)R_S}{(1+r)^2} + \cdots$$
$$= \frac{E(R)}{r} - I_0.$$

  in da je ta projekt na meji zavrnitve: $\frac{E(R)}{r} - I_0 = 0$.

- Pričakovana neto sedanja vrednost projekta (preračunana na obdobje 0) v trenutku 1 je:

$$E_0(NPV_{I_1>0}) = \frac{-pI_0}{1+r} + \frac{pR_D}{(1+r)^2} + \frac{pR_D}{(1+r)^3} + \cdots = \frac{p}{1+r}\left(\frac{R_D}{r} - I_0\right),$$

Negotovost, irreverzibilnost in investicije III

- Ker je $R_D > E(R)$, je $E_0(NPV_{I_1>0}) > 0$. je neto sedanja vrednost od investiranja v drugem obdobju večja od neto sedanje vrednosti od investiranja v prvem obdobju.
- Podjetju se izplača počakati z investicijo. Vrednost čakanja (OV - angl. option value) je:

$$OV = \max\{0, E_0(NPV_{I_0>0}) - E_0(NPV_{I_1>0})\}.$$

- Racionalen manager podjetja bo tako navkljub temu, da z investiranjem v tekočem letu ne izgubi ali celo poveča premoženje, raje počakal eno leto in na ta način maksimiziral pričakovano vrednost podjetja.
- Zaradi negotovosti v času krize se podjetjem izplača čakati, da se negotovost glede obsega povpraševanja in drugih spremenljivk zmanjša.

Neoklasična teorija investicij

- Alternativna teorija investicij je neoklasična teorija investicij.
- Za to teorijo je značilno, da izhaja iz mikroekonomske teorije in standardnih predpostavk glede obnašanja podjetij:
    - podjetja se obnašajo racionalno
    - cilj podjetij je maksimalna vrednost premoženja, vendar pa zaradi statičnosti odločitev ta cilj lahko prevedemo na maksimizacijo dobička
    - vsa podjetja so med seboj enaka v znanju proizvodnju in imajo dostop do enake produkcijske funkcije
    - finančni trgi so popolni, kar pomeni, da se lahko vsako podjetje zadolži pri bankah po dani obrestni meri r

Neoklasična teorija investicij II

- Cilj podjetja je maksimalna vrednost premoženja (oz. neto sedanja vrednost; označimo krajše z V): $\max_{\{K,L\}} V_0$, pri čemer se lahko odloča o obsegu kapitala, dela, idr.
- Ta vrednost je enaka diskontirani vsoti neto denarnih tokov:

$$V_0 = CF_0 + \frac{CF_1}{1+r} + \frac{CF_2}{(1+r)^2} + \cdots$$

- Denarni tokovi so prihodki od prodaje ($R_t = P_t Q_t$), stroški dela ($W_t L_t$), stroški najema kapitala ($rc_t K_t$). Skupne stroške bomo označili s C.

$$V_0 = R_0 - C_0 + \frac{R_1 - C_1}{1+r} + \frac{R_2 - C_2}{(1+r)^2} + \cdots$$

- Ker podjetje vsako obdobje najema delo in kapital na prostem trgu brez dodatnih stroškov (odpuščanj, iskanja delavcev; nakupa in prodaje kapitalske opreme), odločitev o obsegu najetega dela in kapitala sprejme vsako obdobje posebej z $\max \pi$, kar zagotovi $\max V$.

Konkurenca na trgih končnih dobrin

Za splošnost bomo dopustili, da so podjetja bodisi popolni bodisi monopolistični konkurenti na maloprodajnih trgih.

- Popolni konkurent – označimo podjetje z indeksom i – sprejema cene kot dane:
  - Vsa podjetja v panogi imajo enake cene: $P_{it} = P_t$.
  - Brez škode za splošnost lahko predpostavimo, da je $P_t = 1$. To pomeni, da so nominalne plače in drugi stroški izraženi v količini končnih dobrin.
- Monopolistični konkurent samostojno določa cene:
  - Sooča se s padajočo krivuljo povpraševanja, podobno kot pri monopolu: $P_{it} = f(Q_{it}, ...)$.
  - Enostavna potenčna funkcija zadošča za opis takšne funkcije povpraševanja: $P_{it} = z_t Q_{it}^{-\varepsilon}$, pri čemer je $\varepsilon > 0$ inverz elastičnosti povpraševanja in z_t zajema agregatne šoke v povpraševanju.

Neoklasična produkcijska funkcija

Podjetja proizvajajo v skladu z neoklasično produkcijsko funkcijo z dvema produkcijskima faktorja (kapital in delo), $Q = F(K, L)$ za katero veljajo tri lastnosti:

1. Konstantni donosi obsega oz. homogenost prve stopnje:
$$tF(K, L) = F(tK, tL), \forall t \geq 0$$
2. Mejni produkt kapitala in dela je pozitiven, pada z dodatnimi količinami faktorjev:
$$\frac{\partial F(K, L)}{\partial K} > 0, \qquad \frac{\partial F(K, L)}{\partial L} > 0,$$
$$\frac{\partial^2 F(K, L)}{\partial K^2} < 0, \qquad \frac{\partial^2 F(K, L)}{\partial L^2} < 0.$$
3. Inada pogoji:
$$\lim_{K \to \infty} \frac{\partial F(K, L)}{\partial K} = 0, \qquad \lim_{L \to \infty} \frac{\partial F(K, L)}{\partial L} = 0,$$
$$\lim_{K \to 0} \frac{\partial F(K, L)}{\partial K} = \infty, \qquad \lim_{L \to 0} \frac{\partial F(K, L)}{\partial L} = \infty,$$

Primeri produkcijskih funkcij

- Poseben primer neoklasične produkcijske funkcije je Cobb-Douglasova produkcijska funkcija:
$$Q = AK^{\alpha}L^{1-\alpha}, 0 < \alpha < 1,$$
pri čemer je razteg A interpretiran kot indeks tehnologije oz. skupna faktorska produktivnost – produktivnost vseh faktorjev.
- CES (angl. constant elasticity of substitution) produkcijska funkcija je bolj splošne oblike (CES agregator se imenuje tudi Armingtonov (1969) agregator):
$$Q = A\left(\alpha(a_K K)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + (1-\alpha)(a_L L)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}\right)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}, 0 < \alpha_K, \alpha_L < 1.$$
pri čemer sta θ in $1-\theta$ deleža obeh faktorjev, a_K in a_L sta skalarja, ki sta odvisna od enot spremenljivk. σ je elastičnost substitucije.
- Ko gre σ proti 0, je produkcijska funkcija Cobb-Douglasova.
- Limita ko gre $\sigma = -\infty$, da Leontijevo produkcijsko funkcijo: $Q = \min\{a_K K, a_L L\}$.
- Pri $\sigma = 1$, pa je le-ta: $Q = A(\theta a_K K + (1-\theta)a_L L))$.

Določanje optimalnega obsega kapitala

- Neoklasična teorija investicij izhaja iz določanja optimalnega obsega kapitala.
- Optimalni obseg kapitala, ki ga hkrati imenujemo povpraševanje po kapitalu, je dosežen pri tisti ravni, ki da maksimalni dobiček.
- Dobiček (Π) reprezentativnega podjetja *i* je opredeljen kot razlika med prihodki in stroški:

$$
\begin{aligned}
\Pi_i &= R_i - C_i \\
&= p_i Q_i - wL_i - rcK_i \\
&= z_t Q_i^{-\varepsilon} Q_i - wL_i - rcK_i \\
&= z_t Q_i^{1-\varepsilon} - wL_i - rcK_i \\
&= z_t (A_t K_i^{\alpha} L_i^{1-\alpha})^{1-\varepsilon} - wL_i - rcK_i
\end{aligned}
$$

- Pogoj prvega reda za maksimum dobička je:

$$
\frac{\partial \Pi_i}{\partial K_i} = z_t (1-\varepsilon)(A_t K_i^{\alpha} L_i^{1-\alpha})^{-\varepsilon} A_t \alpha K_i^{\alpha-1} L_i^{1-\alpha} - rc = 0
$$

Določanje optimalnega obsega kapitala II

- Pogoj prvega reda lahko poenostavimo:

$$
\begin{aligned}
(1-\varepsilon)\alpha z_t A_t^{1-\varepsilon} K_i^{\alpha(1-\varepsilon)-1} L_i^{(1-\alpha)(1-\varepsilon)} &= rc \\
(1-\varepsilon)\alpha \frac{z_t Q_i^{1-\varepsilon}}{K_i} &= rc \\
(1-\varepsilon)\alpha \frac{R_i}{K_i} &= rc
\end{aligned}
$$

  Ta pogoj kaže, da je optimalni obseg kapitala dosežen le v primeru, ko je mejni faktorski prihodek enak mejnemu faktorskemu strošku. Optimalni obseg kapitala je:

$$K_i = (1-\varepsilon)\alpha \frac{R_i}{rc}.$$

- Optimalni obseg kapitala je višji, če so višji prihodki in nižji najemni stroški. Opozoriti velja, da so najemni stroški sestavljeni iz stroškov obresti in amortizacije: $rc = r + \delta$. V primeru, da gre za različno dobrino kot je končna dobrina pa še spremembe cene kapitalske dobrine: $rc = (r + \delta + \Delta p_K / p_K) p_K$.

Določanje optimalnega obsega kapitala III

- Iz pogoja $(1-\varepsilon)\alpha\frac{R_i}{K_i} = rc$ ne moremo eksplicitno določiti obsega optimalnega kapitala, saj le-ta vpliva tudi na R_i.
- Dodaten problem je, da je obseg kapitala odvisen od obsega dela, o katerem se podjetje istočasno odloča. Gre za to, da ne moremo določiti optimalnega obsega kapitala za podjetje s konstantnimi donosi obsega – mejni stroški so enaki ne glede na obseg proizvodnje.
- Predpostavimo, da je obseg dela $L_i = 1$, kar nam omogoča izraziti kapital kot:

$$K_i^* = \left(\frac{(1-\varepsilon)\alpha z_t A_t^{1-\varepsilon}}{(r+\delta+\frac{\Delta p_K}{p_K})p_K}\right)^{\frac{1}{1-\alpha(1-\varepsilon)}}$$

- Iz tega izraza vidimo, da izboljšanje (poslabšanje) tehnologije (A) in povpraševanja (z) povečuje (zmanjšuje) obseg kapitala. Višji stroški kapitala obseg optimalnega kapitala znižujejo.
- Ob predpostavki, da so vsa podjetja enaka, je optimalni obseg kapitala v gospodarstvu N kratnik K_i^*, pri čemer je N število podjetij.

Določanje obsega investicij

- Obseg bruto investicij na agregatni ravni je enak deležu razlike med optimalnim agregatnim kapitalom in preteklim obsegom kapitala, povečanim za amortizacijo:

  $$I_t = \lambda \left[K_t^* - K_{t-1}\right] + \delta K_{t-1}$$

  Ker je optimalni obseg agregatnega kapitala v času spremenljiv, je časovni indeks dodan (K_t^*).

- λ je koeficient prilagajanja optimalnemu obsegu kapitala. Gre za to, da podjetje ne prilagodi kapitala optimalnemu obsegu v celoti, ampak le delež λ. Takšna specifikacija prilagajanja pomeni, da se kapital prilagaja neskončno dolgo, saj se vsakokrat odpravi enak delež razlike.

- Razlog za postopno prilagajanje je v tem, da se lahko podjetje sooča s stroški investiranja, ki niso le enaki obsegu investicij, ampak naraščajo progresivno z obsegom investicij. V tem primeru je optimalno postopno prilagajanje.

Vpliv davčne politike na optimalni obseg investicij

- Predpostavimo, da država bodisi subvencionira stroške uporabe kapitala bodisi obdavčuje prihodke podjetja (npr. DDV). V tem primeru je dobiček podjetja:

$$\pi_t = (1-\tau)R_i - w_t l_t - p_{k,t}(r - \frac{\Delta p_k}{p_k} + \delta)_t k_t (1-s), \qquad (1)$$

pri čemer je τ davčna stopnja na prihodke, s pa stopnja subvencije stroškov uporabe kapitala. Zaradi tega se optimalni obseg kapitala za reprezentativno podjetje i spremeni v:

$$K_i^* = \left(\frac{(1-\varepsilon)\alpha z_t A_t^{1-\varepsilon}}{(r+\delta+\frac{\Delta p_K}{p_K})p_K} \frac{1-\tau}{1-s} \right)^{\frac{1}{1-\alpha(1-\varepsilon)}},$$

- Povečanje davčne stopnje od prihodkov zniža prihodke, ki jih prejme podjetje in posledično zniža optimalni obseg kapitala. Nasprotno velja za subvencije stroškov kapitala.
- Agregatni obseg investicij je odvisen tudi od davčnega režima. Če je $\tau > s$, potem so investicije manjše.

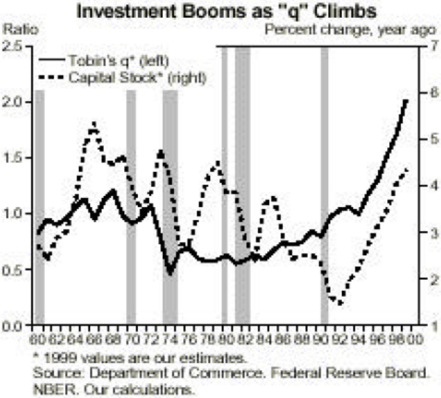
Tobinova q-teorija investicij

- q-teorija investicij je dinamična neoklasična teorija določanja investicij, ki upošteva progresivno naraščanje stroškov investiranja.
- Zanimiva je zaradi tega, ker opredeljuje t.i. **razmerje q** (angl. q-ratio), ki je razmerje med tržno vrednostjo podjetja ($P_{podjetje}$) in nadomestitvenimi stroški investicij ($RC_{podjetja}$).

$$q = \frac{P_{podjetja}}{RC_{podjetja}} \tag{2}$$

- To razmerje je mogoče izračunati na podlagi tržne vrednosti podjetja, ki je določena na borzi in stroški izgradnje identičnega podjetja.
- Tobinov q omogoča tudi sklepanje glede priporočil o investiranju:
  - če tržna vrednost presega nadomestitvene stroške ($q > 1$), se izplača investirati;
  - če je tržna vrednost enaka nadomestitvenim stroškom ($q = 1$), smo indiferentni glede investicij;
  - če je tržna vrednost manjša od nadomestitvenih stroškov ($q < 1$) je podjetje smiselno razkosati in prodati po delih.

Tobinova q-teorija investicij II



Nepopolnosti finančnih trgov

- V svetu popolnih informacij so finančni trgi popolni: sredstva so alocirana na podlagi pričakovane donosnosti in tveganosti projektov.
- Nepopolne informacije pa lahko pomenijo asimetrijo informacij med varčevalci (bankami) in investitorji. Če banke nimajo popolnih informacij, se lahko odločijo, da določenim agentom ne posodijo sredstev navkljub temu, da imajo projekte, ki so bodisi bolj donosni od ostalih (financiranih projektov) bodisi manj tvegani (ali oboje).
- Posledica takšnih nepopolnosti finančnih trgov je, da so podjetja v večji meri odvisna od lastnih sredstev (Fabozzi in ostali, 1988) kot so zadržani dobički; eksternega financiranja (vložki v lastniški kapital; vložki v obveznice) pa ne morejo pridobiti.
- Alokacija sredstev je tako neučinkovita – agregatno varčevanje bi lahko alocirali drugače in dobili večje povečanje agregatne proizvodnje ob enakem obsegu investicij.
- V Sloveniji smo pred začetkom krize velik del sredstev namenili za investicije v gradbene projekte, ki pa niso imele takšnega učinka na BDP kot alternativni projekti iz področja informacijskih tehnologij, predelovalnih dejavnosti, itd.

Ravnotežje na trgu kapitala v zaprtem gospodarstvu

- Trg kapitala je trg na katerem se prenašajo presežki od npr. gospodinjstev, ki imajo pozitivno varčevanje; podjetija, ki varčujejo, itd. k agentom, ki imajo primanjkljaj.
- Vemo, da je v primeru čistega menjalnega gospodarstva (agenti so gospodinjstva v zaprtem gospodarstvu z dohodki v različnih časovnih obdobjih), je ravnotežje na trgu kapitala določeno z enakostjo agregatnega varčevanja z 0:

$$S = \sum_{i=1}^{I} S_i = 0.$$

- Če imajo gospodinjstva možnost varčevati v obliki zadolžnic in v obliki investicij, pa je to ravnotežje:

$$S - I = \sum_{j=1}^{J} S_j - \sum_{j=1}^{J} I_j = 0.$$

Pogoj $S = I$ velja tudi v primeru, ko imajo gospodinjstva lastniške deleže v podjetjih in podjetja investirajo sredstva, ki jih posodijo gospodinjstva.