

# Proizvodnja in stroški





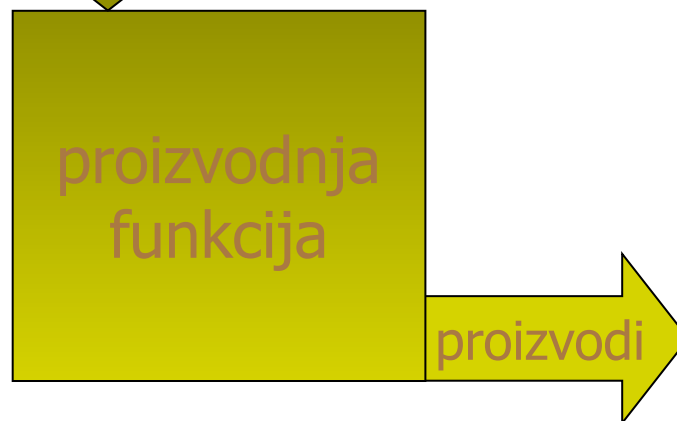
# Teorija podjetja

- Proizvodnja je dejavnost, ki ustvarja sedanjo ali bodočo korist. S sedanjo koristnostjo razumemo proizvodnjo dobrin za končno potrošnjo, z bodočo koristnostjo pa proizvodnjo dobrin za investicijsko potrošnjo.
- Podjetja in njihovi cilji.
- Minimizacija stroškov in maksimizacija dobička sta najbolj robustni hipotezi za razlaganje delovanja podjetja.

# Proizvodnja

- Enakovredno lahko proizvodnjo opredelimo kot proces, ki spreminja proizvodne dejavnike (inpute) v proizvode (outpute). Pri tem s proizvodnimi dejavniki v najširšem smislu besede razumemo delo, zemljo in kapital. Posamezne skupine proizvodnih dejavnikov pa delimo še v ožje skupine proizvodnih dejavnikov.
- **TEHNOLOGIJA** predstavlja akumulirano znanje družbe o različnih metodah spreminjanja proizvodnih dejavnikov v proizvode.

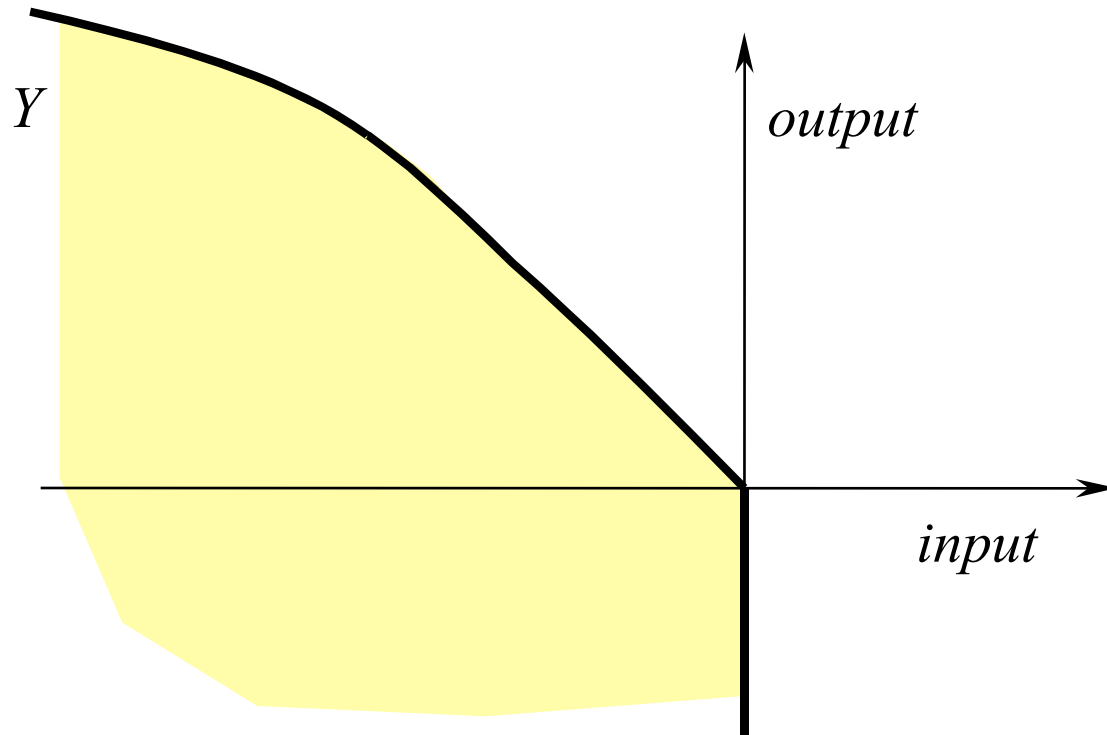
proizvodni dejavniki  
(zemlja, delo, kapital)



# Proizvodnja

- Tehnološke zmožnosti trenutnega časa določajo omejitve, s katerimi se podjetja soočajo, ko v proizvodnem procesu na poti do proizvodov, *outputov*, koordinirajo proizvodne dejavnike, *inpute*.
- Podjetje najbolj splošno opišemo z množico proizvodnih možnosti,  $Y \subset \mathfrak{R}^m$  kjer je vsak vektor  $y \in Y$ ,  $y = (y_1, \dots, y_m)$  proizvodni načrt, kjer  $y_i < 0$  predstavlja proizvodni dejavnik in  $y_i > 0$  proizvod.
- Če podjetje proizvaja samo en proizvod:
  - količina proizvoda:  $y$
  - količina inputov:  $x = (x_1, \dots, x_n) \geq 0$ .
  - Proizvodna funkcija:  $y = f(x)$ ,  $f : \mathfrak{R}_+^n \rightarrow \mathfrak{R}_+$

■ Množica proizvodnih možnosti



# Lastnosti proizvodne funkcije

- Predpostavka:

Proizvodna funkcija  $f(\cdot)$  je zvezna, strogo naraščajoča, in strogo kvazi-konkavna in  $f(0)=0$ .

- Mejni proizvod inputa  $x_i$ ,  $MP_i = \partial f / \partial x_i \geq 0$

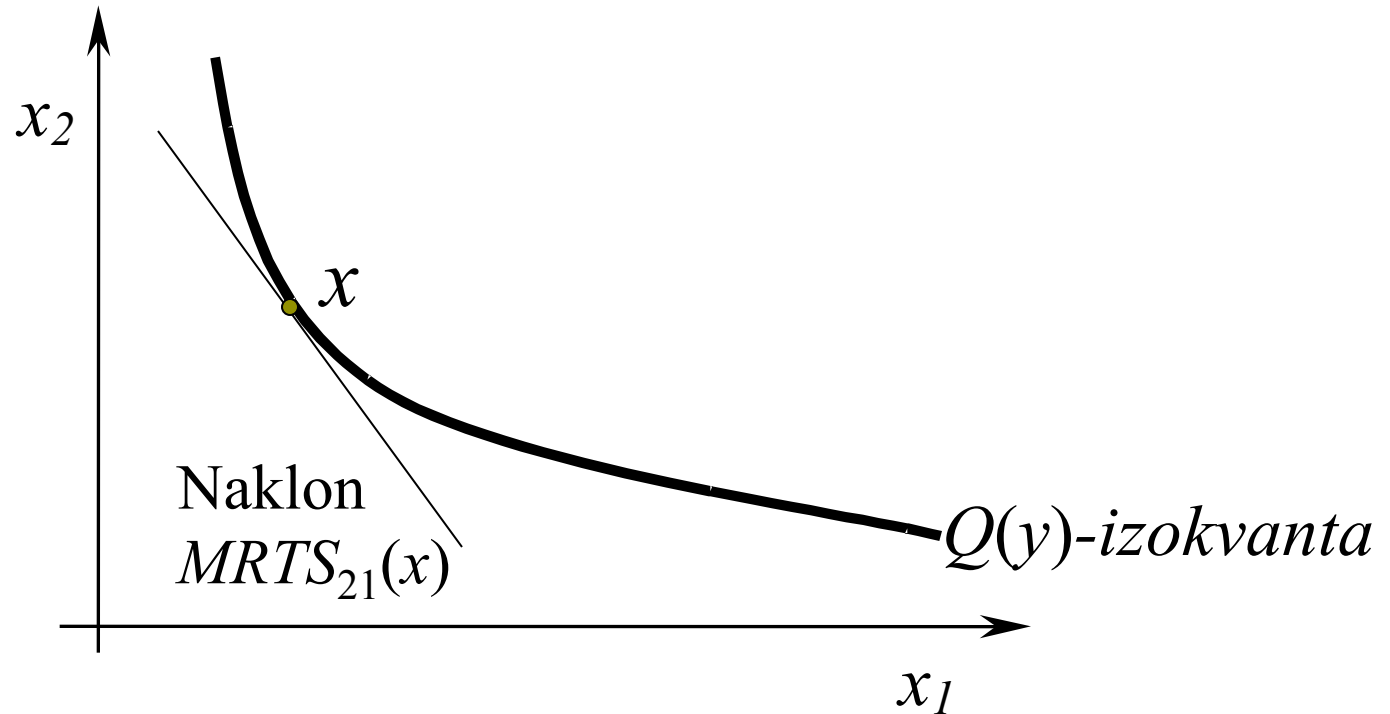
- Izokvanta je krivulja, ki povezuje vse kombinacije inputov, ki prinesejo isto količino proizvoda:

$$Q(y) = \{x \geq 0 \mid f(x) = y\}$$

- Mejna stopnja tehnične substitucije (MRTS) meri stopnjo po kateri en input lahko zamenjamo za drugega, ne da spremenimo stopnjo proizvodnje.

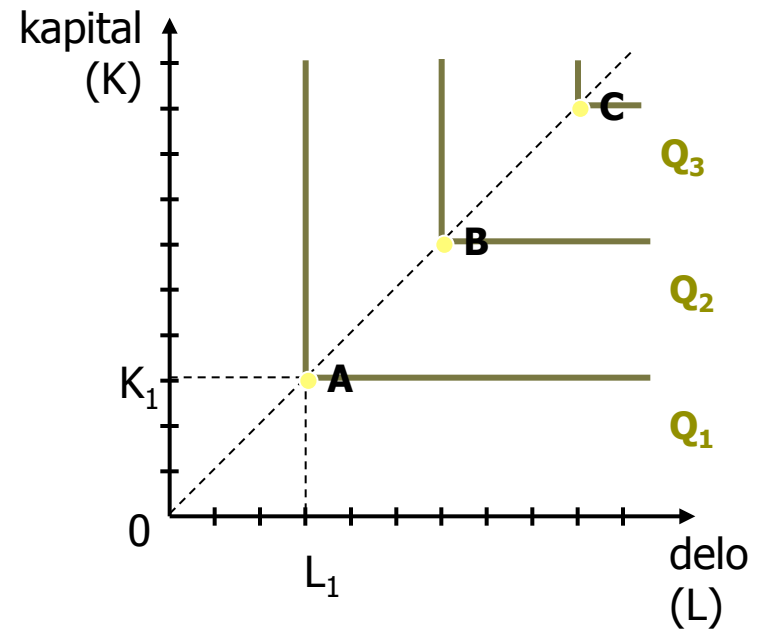
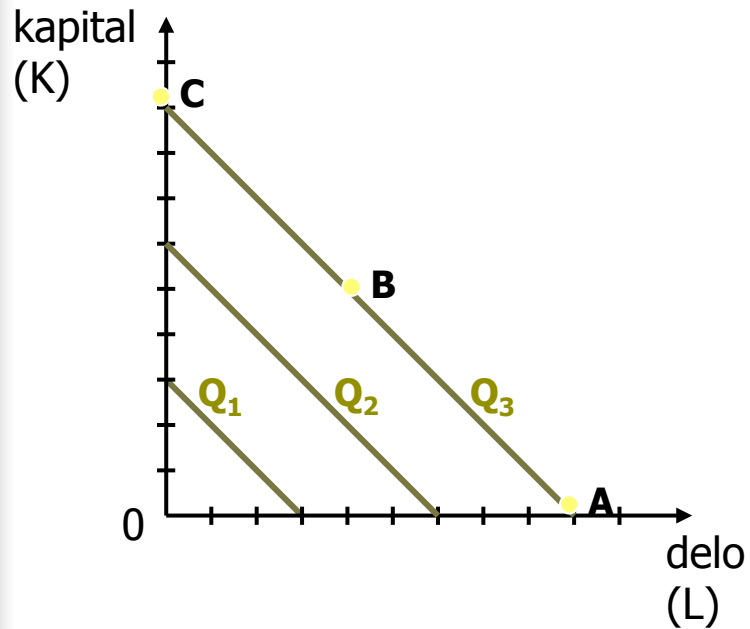
$$MRTS_{ij}(x) = \frac{\partial f(x) / \partial x_j}{\partial f(x) / \partial x_i}$$

# Izokvanta



- Izokvanta povezuje vse kombinacije proizvodnih dejavnikov, ki prinesejo enako raven proizvodnje.
- Mejna stopnja tehnične nadomestljivosti vzdolž izokvante pada

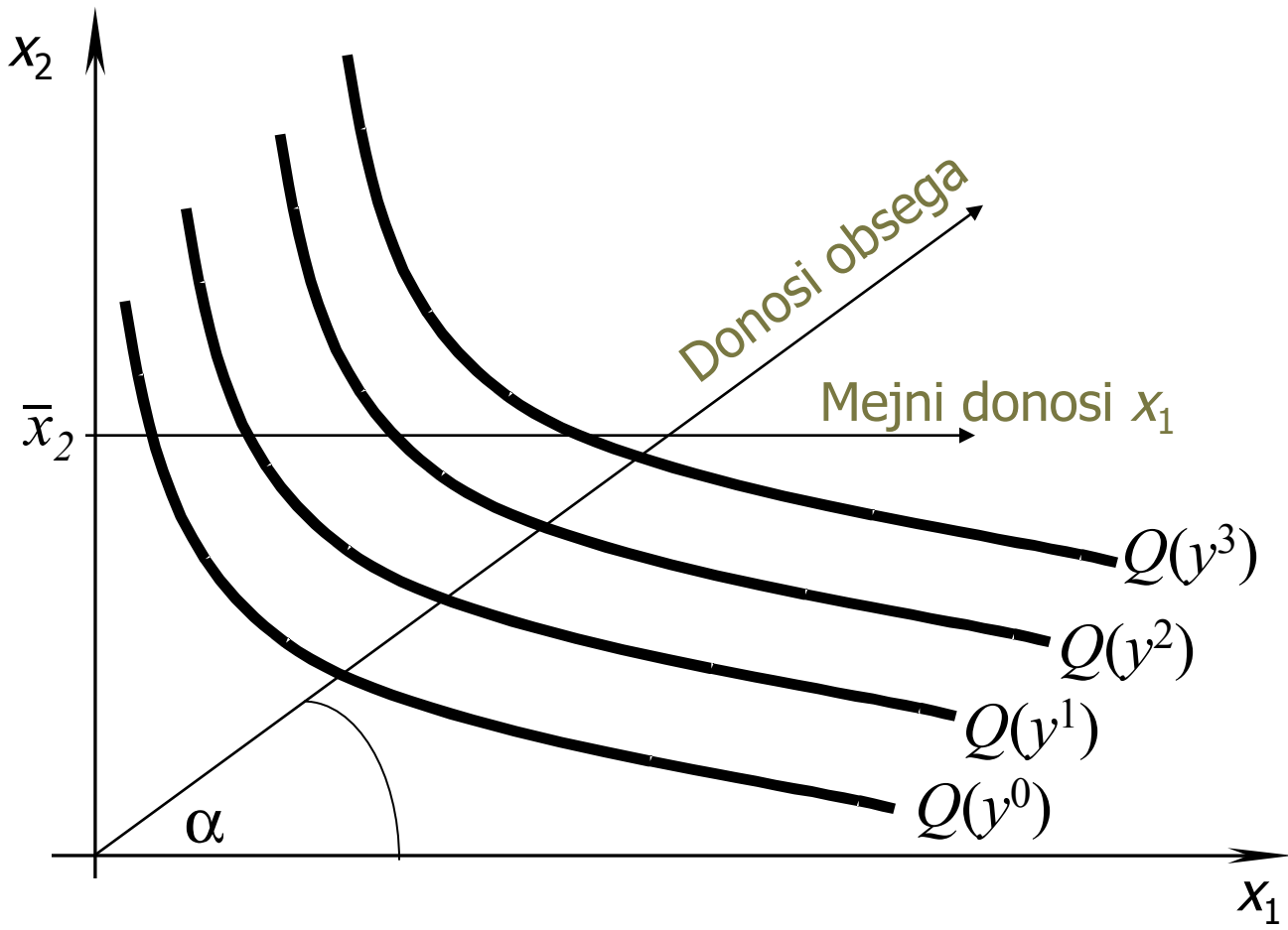
# Posebna primera: popolni substituti in popolni komplementi

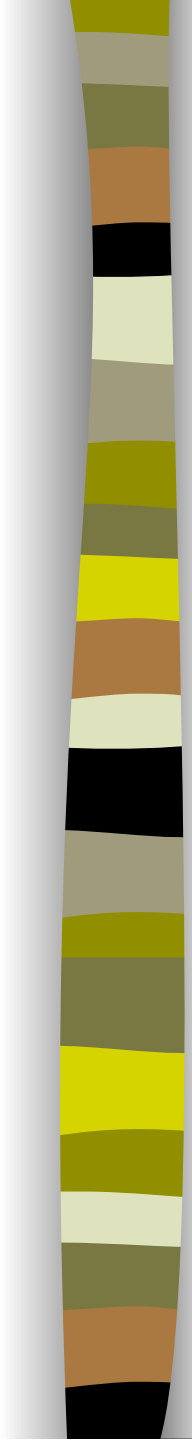




# Donosi obsega in donosi spremenljivih razmerij

- **Kratki rok:** vsaj eden od proizvodnih dejavnikov je **stalen (fiksni)**, v danem obdobju nespremenljiv.
- **Dolgi rok:** vsi proizvodni dejavniki so **spremenljivi (variabilni)**, podjetja jih lahko nastavljajo v poljubnih količinah.
- Kako se spreminja obseg proizvodnje, če spreminjamo obseg zaposlenosti proizvodnih dejavnikov?
- Če na kratki rok spreminjamo zaposlenost spremenljivih proizvodnih dejavnikov v enakih razmerjih, se razmerja med stalnimi in spremenljivimi pr.dej. spreminjajo. Donosi spremenljivih razmerij se nanašajo na odziv v proizvodni (mejni proizvod, povprečni proizvod).
- Če na dolgi rok spreminjamo vse dejavnike v enakih razmerjih, donosi obsega povedo, kako se na to odziva proizvod.

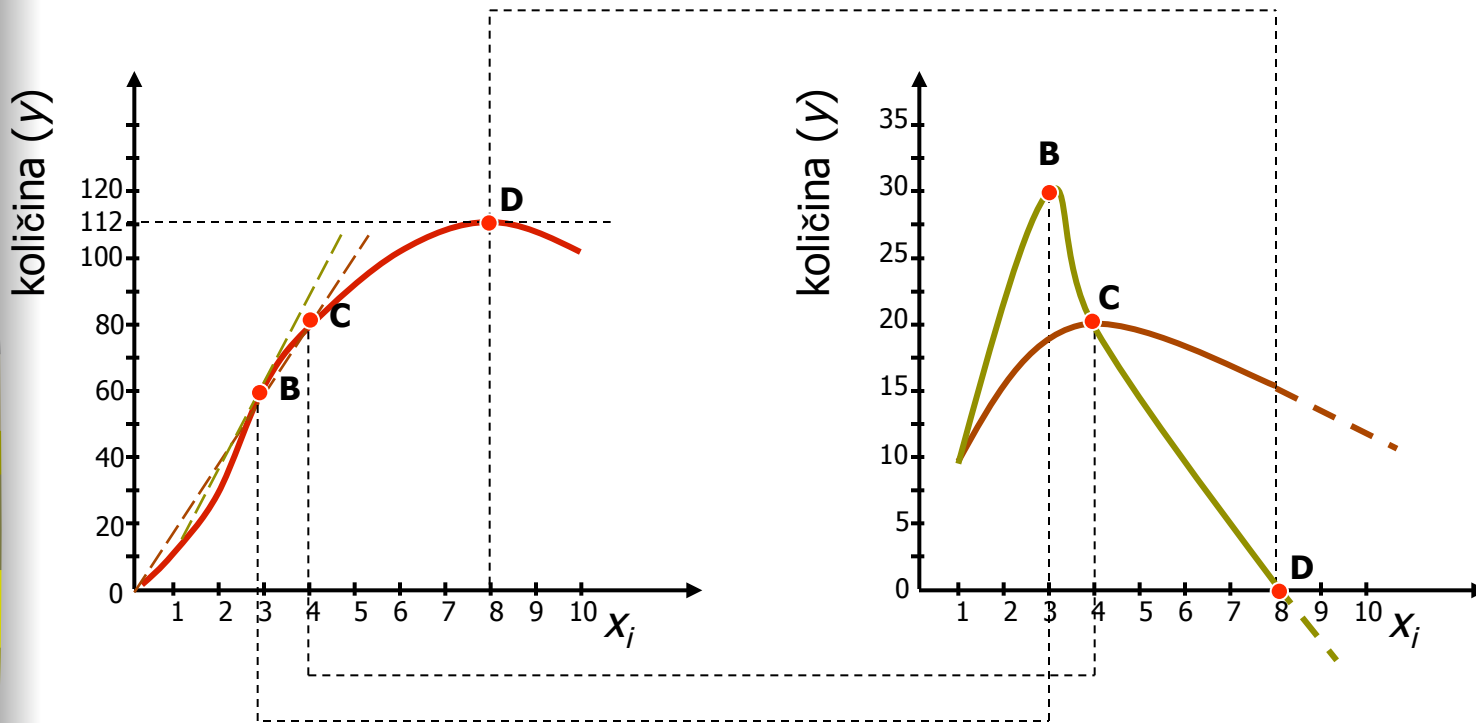


- 
- Merili donosov spremenljivih razmerij sta:
    1. Mejni proizvod dejavnika  $i$ :  $MP_i = \partial f(x) / \partial x_i = f_i(x)$
    2. Povprečni proizvod dejavnika  $i$ :  $AP_i = f(x) / x_i$
  - Krivulja **CELOTNEGA PROIZVODA** ( $TP_i$ ) prikazuje obseg celotnega proizvoda pri različnih količinah spremenljivega proizvodnega dejavnika.
  - Krivulja **MEJNEGA PROIZVODA** prikazuje prirastke celotnega proizvoda zaradi dodatne naložbe spremenljivega dejavnika.
  - Krivulja **POVPREČNEGA PROIZVODA** prikazuje povprečne vrednosti proizvoda glede na naložbe spremenljivega dejavnika.

# Zakon o padajočem mejnem donosu

- Če dodajamo enake količine spremenljivega dejavnika pri stalni količini vseh drugih proizvodnih dejavnikov, začne mejni proizvod spremenljivega tvorca po določeni točki padati.

# Razmerja med krivuljami



celotni proizvod

mejni proizvod

povprečni proizvod

# Merilo proizvodnje in donosi obsega

- Proporcionalno povečanje naložb vseh proizvodnih dejavnikov imenujemo **POVEČANJE MERILA PROIZVODNJE**.

- Definicija:

Proizvodna funkcija  $f(x)$  ima (globalno):

1. Konstantne donose obsega, če  $f(tx) = tf(x)$ ,  $t > 0, \forall x$
2. Naraščajoče donose obsega, če  $f(tx) > tf(x)$ ,  $t > 1, \forall x$
3. Padajoče donose obsega, če  $f(tx) < tf(x)$ ,  $t > 1, \forall x$

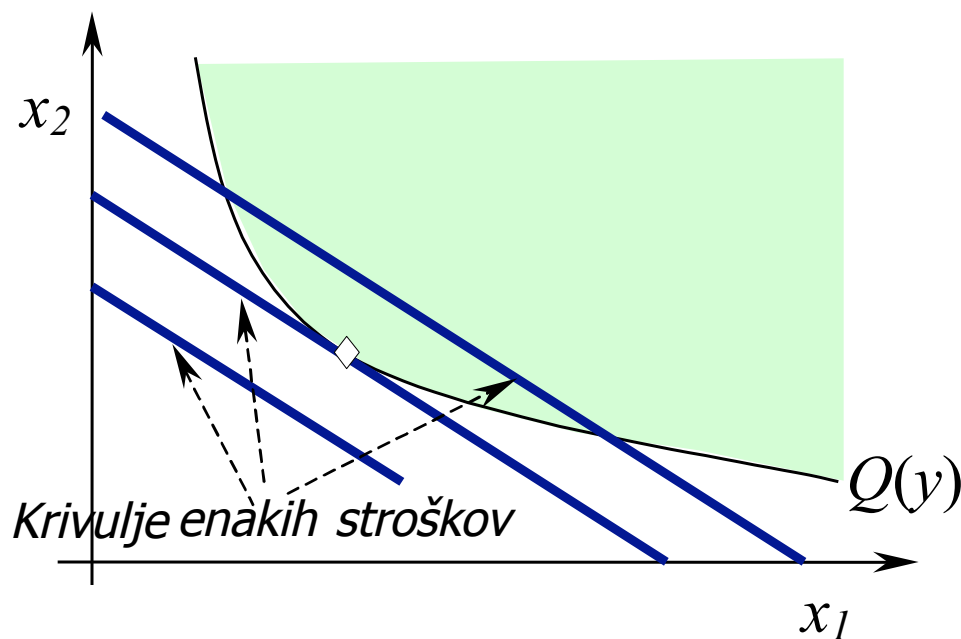
# Stroški

- Podjetje pr.dejavnike, ki jih potrebuje za proizvodnjo kupuje na trgu. Za vsak input obstaja trg na katerem se oblikuje pozitivna cena. Vektor cen naj bo  $w=(w_1, \dots, w_n)$ , podjetje pa nanj nima nobenega vpliva. Podjetje je tekmujoče (competitive).
- Ker podjetje maksimira dobiček, želi vsako stopnjo proizvodnje realizirati s čim nižjimi stroški. To je potrební pogoí za maksimizacijo dobička, ki velja ne glede na tržno strukturo v kateri podjetje deluje.
- Podjetje rešuje problem minimizacije stroškov (PMS).
- Problem analogen danemu smo že reševali. Kdaj?

$c$  je stroškovna funkcija, če je definirana kot:  
 $c(w, y) = \min w \cdot x$  t.d.  $f(x) \geq y, x \geq 0$ .

Rešitev PMS označimo z  $x = x(w, y)$  in jo imenujemo pogojno povpraševanje po proizvodnih dejavnikih.

Velja:  $c(w, y) = w \cdot x(w, y)$ .





# Rešitve problema minimizacije stroškov

- Orodje za reševanje problema že poznamo (K.T. pogoji), vendar pa je problem analogen PMI, tako da lahko poenostavimo:

$$\frac{\partial f}{\partial x_i} / \frac{\partial f}{\partial x_j} = w_i / w_j$$

in  $y=f(x)$ .

- Primer: CES proizvodna funkcija,  $f(x) = (x_1^\rho + x_2^\rho)^{1/\rho}$

# Lastnosti stroškovne funkcije

- Stroškovna funkcija in izdatkovna funkcija sta popolnoma analogni, torej se vse lastnosti izdatkovne funkcije potrošnika neposredno prevedejo v lastnosti stroškovne funkcije podjetja.
- Izrek:  
Če je  $f$  zvezna in strogo naraščajoča, potem je  $c(w,y)$ :
  1. 0, ko je  $y=0$ ,
  2. Zvezna na svoji domeni,
  3. Za vsak  $w \gg 0$ , strogo naraščajoča in neomejena navzgor v  $y$ .
  4. Naraščajoča v  $w$ .
  5. Homogena stopnje 1 v  $w$ .
  6. Konkavna v  $w$ .



- Nadaljevanje;

7. Shephardova lema povezuje stroškovno funkcijo s pogojnim povpraševanjem.

$$\frac{\partial c(w, y)}{\partial w_i} = x_i(w, y), \quad i = 1, \dots, n$$

# Lastnosti pogojnega povpraševanja

## ■ Izrek:

Naj proizvodna funkcija zadošča začetnim predpostavkam in naj bo izvedena stroškovna funkcija dvakrat zvezno odvedljiva. Potem:

1.  $x(w, y)$  je homogena stopnje 0 v  $w$ .

2. Substitucijska matrika:

$$\sigma^*(w, y) \equiv \begin{pmatrix} \frac{\partial x_1(w, y)}{\partial w_1} & \dots & \frac{\partial x_1(w, y)}{\partial w_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial x_n(w, y)}{\partial w_1} & \dots & \frac{\partial x_n(w, y)}{\partial w_n} \end{pmatrix}$$

je simetrična in negativno semi-definitna, kar pomeni, da so diagonalni členi nepozitivni.

# Kratkoročne stroškovne funkcije

- Stroškovne funkcije, ki smo jih opazovali do sedaj, so dolgoročne. Zakaj?

- Definicija:

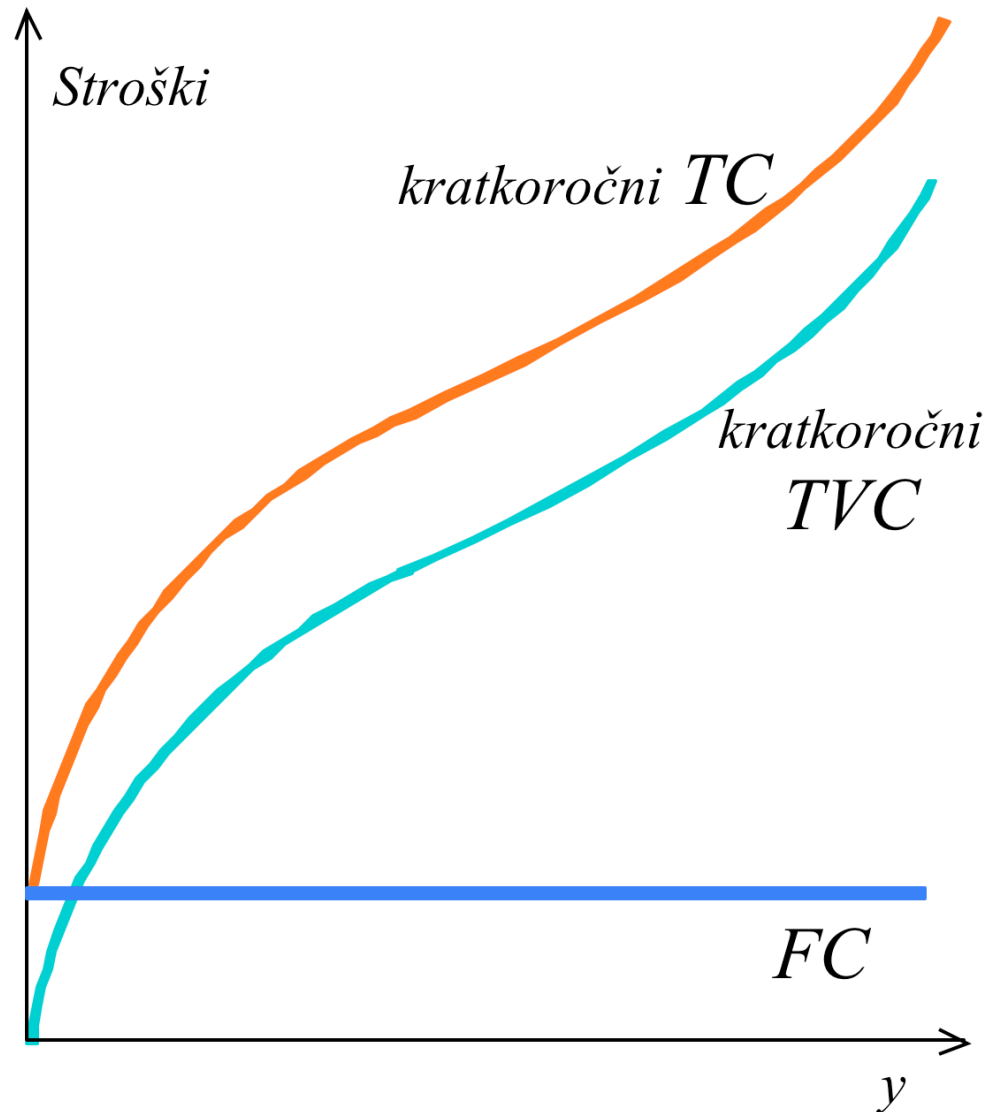
Imejmo proizvodnjo funkcijo  $f(z)$ , kjer je  $z=(x,x')$ .  $x$  je pod-vektor spremenljivih inputov,  $x'$  pa vektor stalnih inputov. Analogno razdelimo vektor cen na  $w$  in  $w'$ . Kratkoročna ali omejena funkcija stroškov je definirana kot:

$$sc(w, w', y, x') = \min_x w \cdot x + w' \cdot x' \text{ t.d. } f(x, x') \geq y, x \geq 0.$$

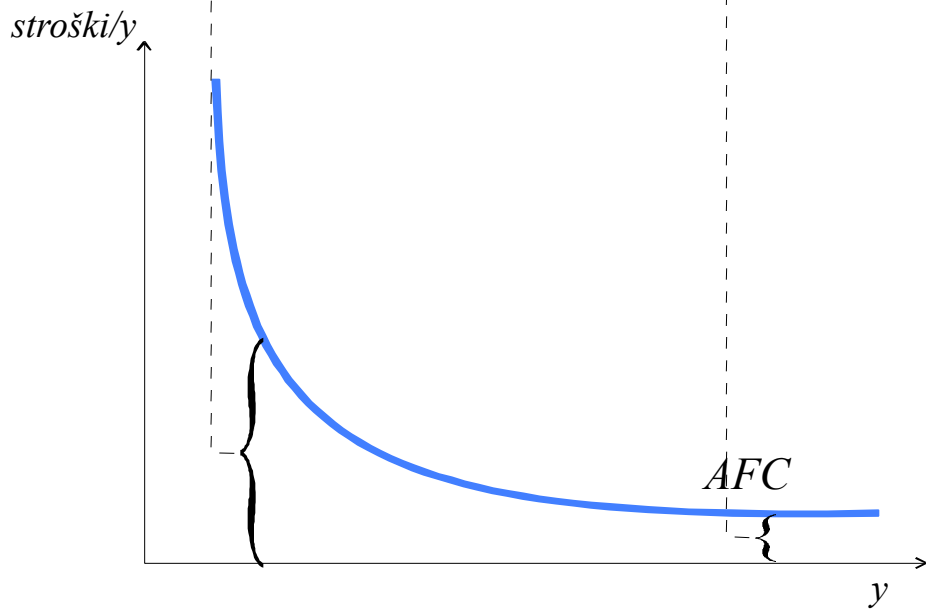
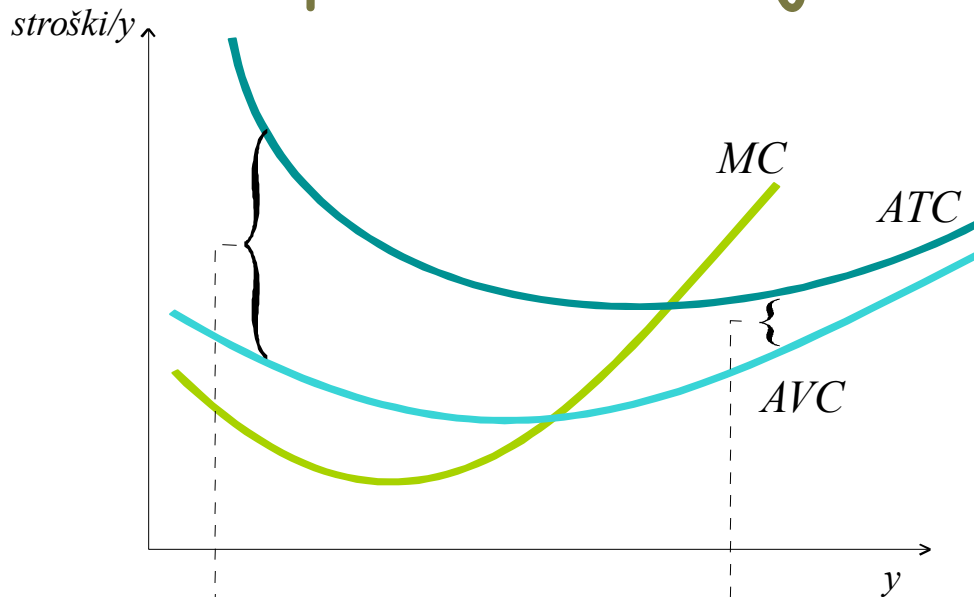
Rešitev označimo z  $x = x(w, w', y, x')$ . Velja:

$$sc(w, w', y, x') = w \cdot x(w, w', y, x') + w' \cdot x'.$$

- Ali so dolgoročni stroški lahko višji od kratkoročnih?
- Kratkoročni stroški:



# Povprečni in mejni stroški



# Dolgoročni stroški

- Poiščemo vse možne krivulje kratkoročnih stroškov s spreminjanjem količine stalnih dejavnikov.
- Krivulja dolgoročnih stroškov (celotnih in/ali povprečnih) je spodnja ovojnica ustrezne kratkoročne krivulje.
- Opomba:  
Krivulja SRAC je tangentna na krivuljo LRAC samo, če je kratkoročna količina stalnih dejavnikov optimalna tudi na dolgi rok za neko raven proizvodnje.

