

2. PISNI IZPIT IZ NUMERIČNIH METOD 1

Finančna matematika

18. februar 2010

Vpisna številka:

Ime in priimek:

1. V aritmetiki s plavajočo vejico z osnovno zaokrožitveno napako u računamo vrednost izraza z na dva načina:

(a) $z = x^3 - x^2y$

(b) $z = x^2(x - y)$

Analizirajte oba algoritma. Izpeljite oceno za relativno napako $\left| \frac{z - \text{fl}(z)}{z} \right|$. Kaj lahko poveste o direktni in obratni stabilnosti obeh algoritmov.

2. Radi bi poiskali ničlo enačbe $x^5 + 3x^2 - 3x - 1 = 0$, ki je najbližje 0. Ničlo bomo iskali z iterativno metodo $g(x) = \frac{x^5 + 3x^2 - 1}{3}$. S pomočjo izreka oceni interval konvergence za to metodo. Naredi dva koraka z začetnim približkom $x_0 = 0$. Uporabi še tangentno metodo in primerjaj število točnih decimal po korakih, prava rešitev je približno -0.26404263063670474 . Kakšen je red konvergence tangentne metode?

3. Matrika A je oblike

$$A = \begin{bmatrix} a_1 & c_1 & & & \\ b_1 & a_2 & c_2 & & \\ d_1 & b_2 & \ddots & \ddots & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & c_{n-1} \\ & & d_{n-2} & b_{n-1} & a_n \end{bmatrix}.$$

Sestavite učinkovit algoritem za izračun LU razcepa take matrike in preštejte število operacij. Če ne gre drugače, naredite to za poseben primer

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 4 & 0 \\ 3 & 4 & 7 & 2 \\ 0 & 2 & 5 & 7 \end{bmatrix}.$$

4. Naj bo

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 1 & 3 & 7 \\ 1 & -1 & -4 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}.$$

- (a) Z modificiranim Gram-Schmidtovim postopkom izračunajte QR razcep matrike A .
(b) S pomočjo izračunanega razcepa določite diagonalne elemente matrike

$$H = A(A^T A)^{-1} A^T.$$

Veliko uspeha pri reševanju!