

## 2. PISNI IZPIT IZ NUMERIČNIH METOD 1

### Finančna matematika

18. februar 2011

Vpisna številka:  
Vrsta:

Ime in priimek:  
Stolpec:

1. Določite red konvergence iteracije  $x_{r+1} = g(x_r)$ ,

$$g(x) = \frac{2x^3 + e^{-x^2}}{1 + 2x^2}$$

za reševanje enačbe  $x^2 + \ln x = 0$ . Pomagaj si z dejstvom, da za rešitev  $a$  velja zveza  $a^2 + \ln a = 0$ . Izračunajte še prva dva približka za  $x_0 = 0.6$ .

2. V aritmetiki s premično piko računamo vrednost polinoma  $y = p(x)$ , ki je podan v kanonični obliki  $p(x) = a_n(x - c_1)(x - c_2) \cdots (x - c_n)$ . Naj bo  $\hat{y}$  numerično izračunana vrednost za  $y$  in naj bo  $\hat{y} = y(1 + \delta)$ . Izpeljite oceno  $|\delta| \leq 2n\epsilon$ , kjer je  $\epsilon$  osnovna zaokrožitvena napaka.
3. Naj bo  $A$  realna simetrična pozitivno definitna matrika. Zapišite ekonomičen algoritem brez računanja kvadratnih korenov za razcep matrike  $A$  v obliko  $A = LDL^T$ , kjer je  $L$  spodnje trikotna matrika z enicami na diagonalni,  $D$  pa diagonalna matrika z nenegativnimi elementi. Preštejte število operacij in izračunaj  $L$  in  $D$  v primeru

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 8 & 4 & 8 \\ 8 & 17 & 11 & 13 \\ 4 & 11 & 15 & -5 \\ 8 & 13 & -5 & 36 \end{bmatrix}.$$

4. Naj bo  $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ ,  $m \geq n$  in  $\text{rang}(A) = n$ .

(a) Pokażite, da je  $x$ , ki ga dobimo, ko rešimo sistem

$$\begin{bmatrix} I & A \\ A^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r \\ x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b \\ 0 \end{bmatrix},$$

rešitev predoločenega sistema  $Ax = b$  po metodi najmanjših kvadratov. Kaj je potem  $r$ ?

(b) Naj bo znan ortogonalni razcep  $A = QR$  matrike  $A$ . Kako bi rešili sistem

$$\begin{bmatrix} I & A \\ A^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r \\ x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c \\ d \end{bmatrix}?$$

Veliko uspeha pri reševanju!