

2. PISNI IZPIT IZ NUMERIČNIH METOD 1

Finančna matematika

15. februar 2013

Vpisna številka:

Ime in priimek:

1. Pri statistiki moramo izračunati povprečje in standardni odklon za velik n :

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \quad s^2 = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2.$$

Naj bo $n = 10^{16} + 1$ in $x_1 = 10^{16}, x_2 = \dots = x_n = 1$. Računaš v dvojni natančnosti, kjer je osnovna zaokrožitvena relativna napaka $2^{-53} \approx 1.1 \cdot 10^{-16}$. Izračunaj kakšno relativno napako zagrešiš v obeh primerih. Kako bi v tem primeru naredil izračun stabilen? Namig: kaj se zgodi, ko sešteješ dve števili relativno zelo različnih velikosti?

2. Podano je zaporedje

$$x_0 = 5, \quad x_{n+1} = \frac{1}{16}x_n^4 - \frac{1}{2}x_n^3 + 8x_n - 12$$

Pokaži, da konvergira s kubično konvergenco proti $\alpha = 4$. Oцени koliko korakov je potrebnih, da bo približek točen na 6 decimalk. Uporabi dejstvo, da velja:

$$|x_n - \alpha| \leq \frac{m}{1-m} |x_n - x_{n-1}|, \quad \text{kjer je } m = \max_{x \in [4, x_1]} |g'(x)|.$$

3. Naj bo $A = B + iC$ dana nesingularna kompleksna matrika in $b = c + id$ dani vektor iz \mathbb{C}^n . Prevedi reševanje sistema linearnih enačb $Ax = b$ v kompleksni aritmetiki na reševanje realnega sistema reda $2n$. Izračunaj število realnih aritmetičnih operacij pri obeh nalogah, če obakrat uporabimo LU razcep.
4. S pomočjo Hausholderjevih zrcaljenj poišči rešitev predločenega sistema

$$\begin{bmatrix} 5 & -1 \\ -5 & 17 \\ -5 & 29 \\ 5 & -13 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} -4 \\ -12 \\ -24 \\ 8 \end{bmatrix}.$$

Veliko uspeha pri reševanju!