3. PISNI IZPIT IZ NUMERIČNIH METOD 1

Finančna matematika/Pedagoška matematika

30. junij 2011

Vpisna številka: Ime in priimek:
Vrsta: Stolpec:

1. Ničlo enačbe $e^{2x} - \dfrac{1}{x} = 0$ numerično računamo z iteracijo

$$x_{r+1} = \frac{x_r(1+2x_r)}{1+4x_r+\log x_r}, \quad r = 0, 1, \ldots .$$

   Pokaži, da je konvergenca v bližini ničle vsaj kvadratična. Izračunaj prva dva približka za $x_0 = 0.5$.

2. V aritmetiki s premično piko računamo skalarni produkt $s = \mathbf{x}^T\mathbf{y}$ realnih vektorjev $\mathbf{x} = (x_1, \ldots, x_n)^T$ in $\mathbf{y} = (y_1, \ldots, y_n)^T$. Izpelji oceno

$$\left|\frac{\widehat{s} - s}{s}\right| \le \frac{|\mathbf{x}|^T|\mathbf{y}|}{|\mathbf{x}^T\mathbf{y}|} n\epsilon,$$

   kjer je $\widehat{s}$ numerično izračunana vrednost s in $|\mathbf{x}| = (|x_1|, \ldots, |x_n|)^T$, $|\mathbf{y}| = (|y_1|, \ldots, |y_n|)^T$. Kaj lahko poveš o direktni in obratni stabilnosti računanja skalarnega produkta?

3. Uporabi modificiran Gramm-Scmidt in s pomočjo dobljenega QR razcep matrike reši predoločen sistem

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -2 & -6 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \\ 9 \\ 9 \end{bmatrix}.$$

4. Naj bo $R \in \mathbb{R}^{2\times 2}$ realna matrika oblike $R = \begin{bmatrix} a & t \\ 0 & b \end{bmatrix}$. Poišči primerno Givensovo rotacijo Q, da bo matrika $R' = QRQ^T$ oblike $R' = \begin{bmatrix} b & t \\ 0 & a \end{bmatrix}$.

   Kako bi v primeru zgornje trikotne matrike $T \in \mathbb{R}^{n\times n}$ poiskal ortogonalno matriko Q, ki bi v matriki $T' = QTQ^T$ uredila diagonalne elemente po absolutni vrednosti?

Veliko uspeha pri reševanju!