

3. PISNI IZPIT IZ NUMERIČNIH METOD 2

Finančna matematika

10. september 2010

Vpisna številka:

Ime in priimek:

1. Rešite Sylvestrov enačbo $AX - XB = C$, kjer je $A = QRQ^T$ in Q ortogonalna matrika,

$$A = \begin{bmatrix} 3/5 & 4/5 \\ -4/5 & 3/5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 25 & -25 \\ 0 & 25 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3/5 & -4/5 \\ 4/5 & 3/5 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} \quad \text{in} \quad C = \begin{bmatrix} 5 & -29 \\ 54 & 48 \end{bmatrix}.$$

2. Poiščite premico, ki aproksimira funkcijo $f(x) = |x|^3 + 3x^2 + x + 1$ po metodi najboljše enakomerne aproksimacije na intervalu $[-2, 2]$. Uporabite prvi Remesov postopek za začetno množico točk $x_1 = -2, x_2 = 0, x_3 = 2$.

3. Funkcijo

$$f(x) = \frac{4-x}{x+4}$$

interpoliramo na točkah x_0, x_1, \dots, x_n , kjer so $x_i \neq x_j$, $i \neq j$, paroma različne točke.

(a) Izpeljite splošno formulo za deljeno diferenco.

(b) Naj bodo $x_0 = 0$, $x_1 = 1$, $x_2 = 3$, $x_3 = 5$. Zapišite interpolacijski polinom, ki interpolira funkcijo f v naštetih točkah.

4. (a) Izpeljite formulo za numerično odvajanje oblike

$$f''(x_2) = Af(x_0) + Bf(x_1) + Cf(x_3) + Df(x_4) + R(f),$$

kjer so $x_i = x_0 + ih$ ekvidistantne točke. Izračunajte napako metode $R(f)$.

(b) Predpostavite, da pri računanju vrednosti f zagrešite napako u , $|u| \leq 5 \cdot 10^{-6}$. Na tej osnovi določite optimalni h za funkcijo $f(x) = e^{2x}$ na intervalu $[0, 1]$.

Veliko uspeha pri reševanju!