

## Optimizacijske metode: 1. izpit

10. junij 2010

Čas pisanja je 100 minut. Doseči je možno 100 točk. Veliko uspeha!

### 1. naloga (25 točk)

Podjetje bi rado do 1. julija v šest od svojih zgradb namestilo klimatske naprave. Dobilo je ponudbe treh izvajalcev, ki so podane v spodnji tabeli. Prvi izvajalec lahko v zahtevanem času opremi tri zgradbe, drugi izvajalec dve zgradbi in tretji izvajalec samo eno zgradbo. Kako naj v podjetju izberejo izvajalce za posamezno zgradbo, da bodo skupni stroški čim manjši? Kolikšni bodo stroški?

	zgradba 1	zgradba 2	zgradba 3	zgradba 4	zgradba 5	zgradba 6
izvajalec 1	45	25	30	50	60	60
izvajalec 2	45	45	35	60	30	50
izvajalec 3	30	40	40	45	35	30

### 2. naloga (25 točk)

Rešite naslednji linearni program

$$\begin{aligned} \min \quad & x + 3y + 2z \\ & -x + y - z \geq 1 \\ & 3x - 3y - z \geq -3 \\ & 2y + 3z \geq 4 \\ & x, y, z \geq 0 \end{aligned}$$

Nasvet: pomagajte si z reševanjem dualne naloge.

### 3. naloga (25 točk)

Dani sta množica

$$D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid y^2 + z^2 \leq x \leq 2\}$$

in funkcija  $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ , podana s predpisom

$$f(x, y, z) = y^2 + x - 2z.$$

Dokažite, da sta konveksni. S pomočjo Karush-Kuhn-Tuckerjevih pogojev poiščite minimum funkcije  $f$  na območju  $D$ .

### 4. naloga (25 točk)

Za množico  $A \subset \mathbb{R}^n$  definiramo

$$A^* = \{x \in \mathbb{R}^n; x^T a \leq 1 \text{ za vsak } a \in A\}.$$

- Dokažite: množica  $A^*$  je konveksna.
- Dokažite  $A^* = (\text{conv}(A))^*$ .
- Skicirajte množico  $A^*$ , kjer je  $A = \{(1, 1), (1, -1), (-1, 1), (-1, -1)\} \subset \mathbb{R}^2$ .
- Skicirajte množico  $B^*$ , kjer je  $B = [-1, 1] \times [-1, 1] \subset \mathbb{R}^2$ .