

Optimizacijske metode: poskusni izpit

2. junij 2011

Čas pisanja je 100 minut. Doseči je možno 100 točk. Veliko uspeha!

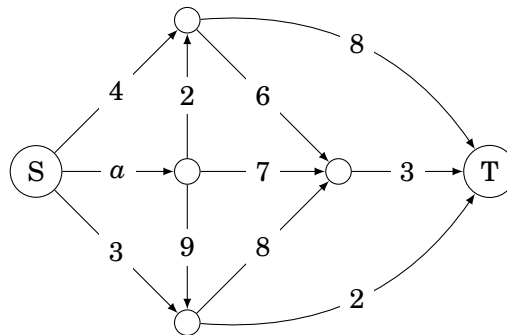
1. naloga

Laboratorijski tehnik Stanko mora dnevno hraniti zajca, ki potrebuje 24 gramov maščobe, 36 gramov ogljikovih hidratov in 4 grame beljakovin, vendar ne sme pojesti več kot 400 gramov hrane na dan. Stanko ima na voljo žito, ki vsebuje 8% maščob, 8 % ogljikovih hidratov in 2% beljakovin in stane 0.002 centa na gram, ter oreške, ki vsebujejo 15 % maščob, 12 % ogljikovih hidratov in 1% beljakovin in stanejo 0.003 centa na gram.

Zapišite Stankov problem kot linearni program ter poiščite čim cenejšo mešanico, pri kateri bo zajec imel primerno prehrano.

2. naloga

Naj bo a nenegativno realno število. Poiščite največji pretok in najmanjši prerez na spodnjem grafu.



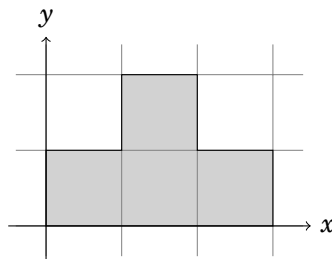
3. naloga

Za poljubno neprazno množico $S \subseteq \mathbb{R}^n$ definiramo množico

$$\ker(S) = \{x \in S \mid \lambda x + (1 - \lambda)y \in S \text{ za vsak } y \in S \text{ in } \lambda \in [0, 1]\}$$

ki jo imenujemo *jedro* množice S .

a) Na spodnji sliki označite jedro množice $A = ([0, 3] \times [0, 1]) \cup ([1, 2] \times [1, 2]) \subseteq \mathbb{R}^2$.



b) Dokažite, da je $\ker(S)$ konveksna množica za poljubno množico S .

4. naloga

Naj bo

$$D = \{x, y, z \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + 2y^2 + z^2 \leq 4, y \geq 1\}$$

in

$$f(x, y, z) = 2x + 3y^3 + z^2$$

- a) Preverite, da je optimizacijska naloga (D, f, \min) konveksna.
- b) Dokažite, da je $(-\sqrt{2}, 1, 0)$ optimalna rešitev zgornje naloge.