

## Optimizacijske metode: 1. izpit

21. junij 2011

Čas pisanja je 120 minut. Doseči je možno 100 točk. Veliko uspeha!

### 1. naloga

a) Skicirajte množico

$$\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 - 2x \leq 2y - y^2 - 1\}$$

b) Dokažite, da je množica

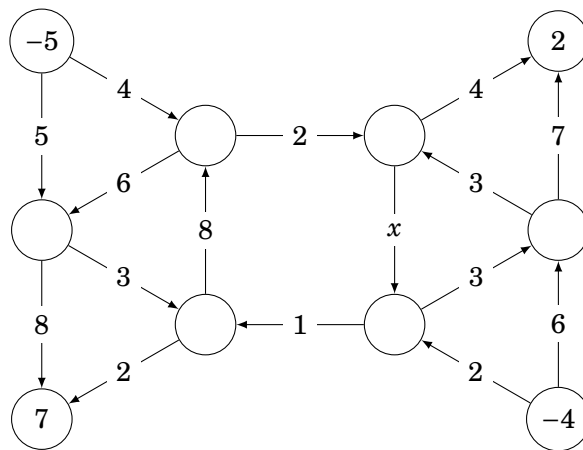
$$\{(\vec{x}, \vec{y}) \in \mathbb{R}^{m+n} \mid f(\vec{x}) \leq g(\vec{y})\}$$

konveksna za poljubno konveksno funkcijo  $f: \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}$  in poljubno konkavno funkcijo  $g: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ .  
Če ste pozabili: Funkcija  $g: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  je konkavna, kadar za poljubne  $\vec{y}, \vec{y}' \in \mathbb{R}^n$  in  $\lambda \in [0, 1]$  velja

$$g(\lambda \vec{y} + (1 - \lambda) \vec{y}') \geq \lambda g(\vec{y}) + (1 - \lambda) g(\vec{y}')$$

### 2. naloga

V odvisnosti od  $x \in \mathbb{R}$  poiščite najcenejši razvoz na spodnjem grafu ter določite njegovo ceno.



### 3. naloga

V skladišču imamo tri vrste blaga z lastnostmi, naštetimi v spodnji tabeli:

	količina (m <sup>3</sup> )	gostota (kg/m <sup>3</sup> )	vrednost (€/m <sup>3</sup> )
blago A	40	2000	1000
blago B	50	1000	1200
blago C	20	3000	1500

Na voljo imamo tovorno letalo z nosilnostjo 80 ton in prostorom za 60 % vsega blaga v skladišču. Kakšen tovor naj naložimo v letalo, da bo njegova skupna vrednost čim večja?

a) Zapišite gornjo nalogo v obliki linearnega programa.

b) Ugotovite, ali je tovor, sestavljen iz 50 m<sup>3</sup> blaga B in 10 m<sup>3</sup> blaga C, optimalen.

#### 4. naloga

Naj bo

$$D = \{(x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n \mid x_1 + x_2 + \dots + x_n \leq n - 1, x_1 + 2x_2 + \dots + nx_n \leq n(n + 1)/2\}$$

in

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2 + \dots + (x_n - 1)^2$$

Poiščite optimalno rešitev naloge  $(D, f, \min)$ .

*Namig:* Velja  $\sum_{i=1}^n i = n(n + 1)/2$  in  $\sum_{i=1}^n i^2 = n(n + 1)(2n + 1)/6$ .