

FAKULTETA ZA MATEMATIKO IN FIZIKO	1	2	3	4	Σ

ODDELEK ZA MATEMATIKO

OPTIMIZACIJSKE METODE 2008/2009

PISNI IZPIT

11. SEPTEMBER 2009

IME IN PRIIMEK: _____ VPISNA ŠT.

--	--	--	--	--	--	--

NAVODILA

Pazljivo preberite besedilo naloge, preden se lotite reševanja. Čas reševanja je 90 minut. Vse odgovore je potrebno ustreznno utemeljiti. Vsako nalogo rešujte na svojo stran. Vse naloge so enako vredne. Veliko uspeha!

1. Rešite naslednji linearni program! Nato zapišite še dualni linearni program, ter poiščite njegovo optimalno rešitev.

$$\begin{aligned} \max \quad & 9x + y \\ \text{subject to } & -4x - 6y - 9z \leq 6 \\ & 7x + 8y + 5z \leq 8 \\ & -4x - 6y - 2z \leq -5 \\ & x, y, z \geq 0 \end{aligned}$$

2. V danem dvodelnem grafu s cenami povezav v spodnji matriki poiščite najdražje popolno priejanje.

$$\begin{bmatrix} 9 & 4 & 8 & 7 & 6 & 13 \\ 2 & 4 & 7 & 13 & 7 & 1 \\ 6 & 10 & 8 & 2 & 1 & 7 \\ 11 & 11 & 2 & 7 & 1 & 5 \\ 11 & 14 & 9 & 2 & 13 & 14 \\ 8 & 9 & 5 & 12 & 6 & 7 \end{bmatrix}$$

3. Naj bosta $A, B \subset \mathbb{R}^n$ neprazni množici. Definiramo množico

$$S(A, B) = \{tx_1 + (1 - t)x_2; x_1 \in A, x_2 \in B, t \in [0, 1]\}.$$

- (a) Dokažite: $A \cup B \subseteq S(A, B)$.
- (b) Dokažite: $S(A, B) \subseteq \text{conv}(A \cup B)$.
- (c) Dokažite: če sta A in B konveksni, velja $\text{conv}(A \cup B) = S(A, B)$.
- (d) Poiščite taki množici $A, B \subset \mathbb{R}^2$, da velja $\text{conv}(A \cup B) \neq S(A, B)$.

4. Dana je množica

$$D_a = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; 3x + y \geq 12, y \geq a\}$$

S pomočjo Karush-Kuhn-Tuckerjevih pogojev poiščite točko iz množice D_a , ki je najbližje izhodišču za naslednje vrednosti parametra a :

- (a) $a = -1$,
- (b) $a = 3$,
- (b) $a = 20$.