

Optimizacijske metode: 3. izpit

9. september 2011

Čas pisanja je 100 minut. Doseči je možno 100 točk. Veliko uspeha!

1. naloga (25 točk)

Rešite naslednji linearni problem:

$$\begin{aligned} \max \quad & 2x + 3y - 4z \\ & 2x - 5y + 3z = 4 \\ & 4x - 2y + z \leq 6 \\ & x, y, z \geq 0 \end{aligned}$$

2. naloga (25 točk)

Oča Janez ima šest med seboj skreganih sinov, ki niso za nobeno rabo: Antona, Bogdana, Cirila, Dušana, Evgena in Florjana. Izkazalo se je, da vsak izmed njih (seveda sam, saj z drugimi noče sodelovati) pri opravih povzroči sledečo škodo (v ducatih):

	košnja	sečnja	oranje	žetev
Anton	9	12	3	5
Bogdan	6	15	2	4
Ciril	7	10	6	6
Dušan	5	18	5	4
Evgen	3	13	4	2
Florjan	4	11	7	4

Dva bo lahko poslal v vojsko in v šolo, kjer ne bosta mogla povzročiti veliko škode. Žal pa bo moral ostale obdržati pri hiši. Katere naj obdrži, in katera opravila naj jim da, da bodo skupno povzročili čim manj škode? Koliko škode se vseeno lahko nadeja?

3. naloga (25 točk)

Raziskave Finskega inštituta za melanholijo so pokazale, da se stopnja melanholičnosti m izraža s formulo

$$m = n^3 + d^2 - s - 2p$$

kjer sta n in d števili ur nočnega in dnevnega dela, s je število ur spanja, p pa število preostalih ur v dnevu.

Če upoštevamo, da mora človek na dan delati vsaj 8 ur in spati vsaj 6 ur, kaj naj počne, da bo njegova stopnja melanholičnosti čim nižja? Vprašanje prevedite na optimizacijsko nalogo ter poiščite njeno optimalno rešitev.

4. naloga (25 točk)

Naj bosta $f, g: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ pozitivni naraščajoči konveksni funkciji. Dokazite, da je tudi njun produkt konveksna funkcija.