Optimizacijske metode: 3. izpit

10. september 2012

Čas pisanja je 100 minut. Doseči je možno 100 točk. Veliko uspeha!

1. naloga (25 točk)

Rešite naslednji linearni program

$$\begin{aligned} \min \quad & 2x_1 + x_2 + 3x_3 \\ & 3x_1 + 2x_3 \geq 4 \\ & -x_1 - x_2 + x_3 \geq 1 \\ & -3x_1 - x_2 + 3x_3 \geq -3 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

Nasvet: pomagajte si z reševanjem dualne naloge.

2. naloga (25 točk)

Dani sta množica

$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x + y \leq 0, 2x - 5y \leq 2\}$$

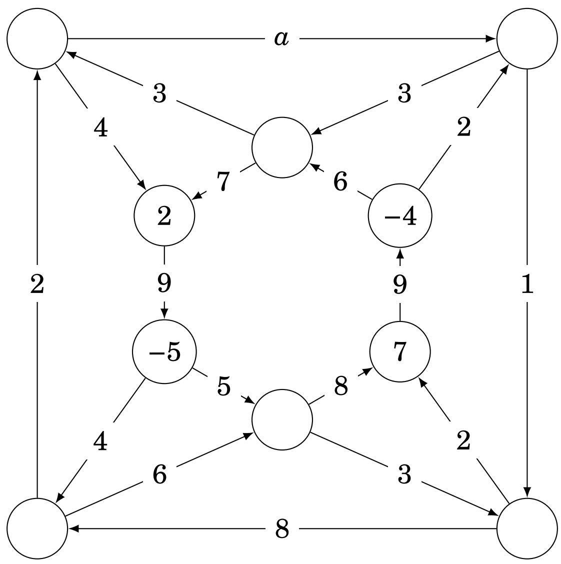
in funkcija $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, podana s predpisom

$$f(x,y) = x^2 - 2xy - x + \frac{5y^2}{2} + 2y\,.$$

Dokažite, da je f konveksna funkcija, in s pomočjo Karush-Kuhn-Tuckerjevih pogojev poiščite njen minimum na območju D.

3. naloga (25 točk)

V odvisnosti od realnega števila a poiščite najcenejši razvoz na spodnjem grafu ter njegovo ceno.



4. naloga (25 točk)

Dokažite, da je funkcija $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ konveksna, če je

$$A = \{(x_1, \ldots, x_n, x_{n+1}) \in \mathbb{R}^{n+1} \mid f(x_1, \ldots, x_n) \leq x_{n+1}\}$$

konveksna množica.