Optimizacijske metode: 2. kolokvij

1. junij 2010

Čas pisanja je 100 minut. Doseči je možno 100 točk. Veliko uspeha!

1. naloga (25 točk)

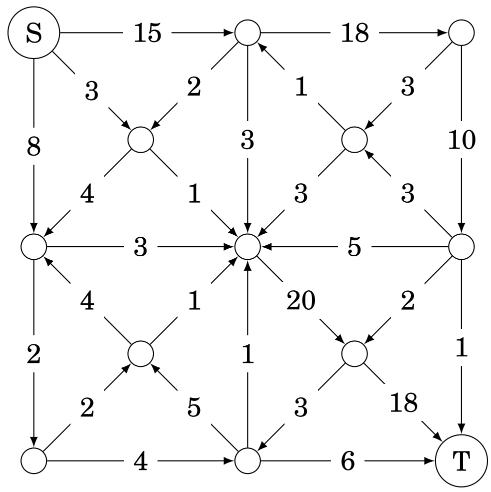
Enaindvajsetega decembra 2012 Zemljo naenkrat prizadene šest katastrof: požar v Afriki, poplave v Južni Ameriki, tsunami v Aziji, potres v Avstraliji, tornado v Severni Ameriki in izbruh vulkana v Evropi. K sreči na pomoč priskočijo Železni mož, Rosomah, Kapitan Kladivo, Gospod Neverjetni, Profesor Kaos in seveda Chuck Norris. Glede na katastrofe so sposobni rešiti sledeče število ljudi (v tisočih):

	požar	poplave	tsunami	potres	tornado	vulkan
Železni mož	10	10	3	10	9	10
Rosomah	6	10	3	8	9	10
Kapitan Kladivo	5	3	7	11	3	10
Gospod Neverjetni	10	7	8	7	6	6
Profesor Kaos	5	4	3	12	9	4
Chuck Norris	10	15	12	17	10	9

Kako naj se razporedijo, da bodo skupno rešili čimveč ljudi? Koliko ljudi lahko rešijo?

2. naloga (25 točk)

Poiščite največji pretok in najmanjši prerez od točke S do točke T v naslednjem omrežju:



3. naloga (30 točk)

Dani sta množica

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \geqslant -6,\ y \geqslant 0,\ x + 2y \leqslant 4\}$$

in funkcija $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, podana s predpisom

$$f(x, y) = e^{-x-y} - x - 3y\,.$$

Dokažite, da sta konveksni. S pomočjo Karush-Kuhn-Tuckerjevih pogojev poiščite minimum funkcije f na območju D.

4. naloga (20 točk)

Dani sta matrika $A = [a_{ij}]_{i,j=1}^n \in \mathbb{R}^{n\times n}$ in vektor $b = [b_1, b_2, \ldots, b_n]^T \in \mathbb{R}^n$, kjer je

$$a_{ij} = \left(-\frac{1}{2}\right)^{|i-j|} \qquad b_i = \left(-\frac{1}{2}\right)^i.$$

Dokažite, da sistem linearnih enačb $Ax = b$ nima rešitve, za katero bi veljalo $x \geqslant 0$.