**Lokalna optimizacija**

Za težke optimizacijske probleme, kot je npr. problem potujočega trgovca, ne poznamo učinkovitih postopkov reševanja, ki bi bili uspešni tudi pri nalogah z obsežnimi podatki. Zato se v takih primerih zadovoljimo s približnim reševanjem, kjer poiščemo dopustno rešitev, ki je dovolj blizu optimalni.

Ena od splošnih metod približnega reševanja optimizacijskih problemov je *lokalna optimizacija*. Z njo poiščemo *lokalni ekstrem*, torej dopustno rešitev, ki je najboljša v svoji soseščini. Če želimo uporabiti lokalno optimizacijo, si moramo najprej izbrati neko refleksivno in simetrično *relacijo sosednosti* v množici dopustnih rešitev.

***Definicija***. Naj bo (*D*,*f*,*opt*) optimizacijska naloga in *S* izbrana relacija sosednosti na *D*. Za vse *x*∈*D* imenujemo množico

*S*(*x*)={*y*∈*D*; *xSy*}

*soseščina* rešitve *x*.

Dopustna rešitev *x*∈*D* je *S-lokalni minimum* *f* na *D*, če ∀*y*∈*S*(*x*): *f*(*x*)≤*f*(*y*).

Dopustna rešitev *x*∈*D* je *S-lokalni maksimum* *f* na *D*, če ∀*y*∈*S*(*x*): *f*(*x*)≥*f*(*y*).

**Postopek lokalne optimizacije**

*Podatki*: optimizacijska naloga (*D*,*f*,*opt*), relacija sosednosti *S* na *D*

*Iščemo*: *S*-lokalni ekstrem *f* na *D*

a) *Minimizacija*

   1. izberi *x*∈*D*

   2. *dokler* ∃*y*∈*S*(*x*): *f*(*y*)<*f*(*x*) *ponavljaj x*=*y*

   3. vrni *x*

b) *Maksimizacija*

   1. izberi *x*∈*D*

   2. *dokler* ∃*y*∈*S*(*x*): *f*(*y*)>*f*(*x*) *ponavljaj x*=*y*

   3. vrni *x*

***Trditev****.* Če se postopek lokalne optimizacije konča, je končna rešitev *x* *S*-lokalni ekstrem *f* na *D*.

*Zgledi relacij sosednosti:*

1. Če je *D*⊆*Rn*, za vsak *ε*>0 definiramo relacijo sosednosti *Sε* takole: *xSεy*⟺||*x*−*y*||≤*ε*.

2. Pri problemu potujočega trgovca za vsako naravno število *k*≥2 definiramo relacijo sosednosti *Sk* takole: različna Hamiltonova cikla *H*1 in *H*2 v grafu *G* sta sosednja, če dobimo *H*2 iz *H*1 z zamenjavo *k* izbranih povezav, ki nimajo skupnih krajišč, z drugimi *k* povezavami.

3. Pri problemu najcenejšega vpetega drevesa definiramo, da sta različni vpeti drevesi *T*1 in *T*2 v grafu *G* sosednji glede na relacijo sosednosti *Sc*, če je *T*2=*T*1+*e*−*f*, kjer sta *e*,*f*∈*V*(*G*).

***Definicija*.** Relacija sosednosti *S* je *natančna* ali *eksaktna* za optimizacijsko nalogo (*D*,*f*,*opt*), če je vsak *S*-lokalni ekstrem *f* na *D* tudi (globalni) ekstrem *f* na *D*.

Iz izreka o lokalni minimizaciji konveksne funkcije sledi, da je pri konveksni optimizacijski nalogi relacija sosednosti *Sε* natančna za vsak *ε*>0.

S protiprimerom smo pokazali, da relacija *S*2 za problem potujočega trgovca *ni* natančna.

Povedali smo, da je relacija sosednosti *Sc* za problem najcenejšega vpetega drevesa natančna.