$\omega \subseteq \mathbb{R}^n$ odprta množica, $f, g_1, g_2, \ldots, g_m : \omega \to \mathbb{R}$ zvezno odvedljive funkcije.
Problem VEN:

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) \text{ za } x \in \Omega \\ & g_1(x) \leq 0 \\ & g_2(x) \leq 0 \\ & \ldots \\ & g_m(x) \leq 0 \end{aligned}$$

Točka $x^* \in \Omega$ ustreza pogojem KKT, če $\exists \lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_m \geq 0$, tako da

1. $\nabla f(x^*) + \sum_{i=1}^{m} \lambda_i \nabla g_i(x^*) = 0$,
2. $\lambda_i g_i(x^*) = 0$ za $i = 1, 2, \ldots, m$, in
3. $g_i(x^*) \leq 0$ za $i = 1, 2, \ldots, m$.

1. Dana je funkcija $f(x, y) = x^2 + 4xy + 4y^2 + 3x - 7y + 2$. Dokaži, da je funkcija f konveksna.

2. Dane so množice

$$\begin{aligned} A &= \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \;\middle|\; x^2 + y^2 \leq 4, x + y \geq 0, x \geq y^2 \right\}, \\ B &= \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \;\middle|\; x^2 + y^2 + z \leq 4, x \geq y^2 + z^4, y^2 + \log(1 + y^2) \leq 0 \right\}, \\ C &= \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \;\middle|\; z \geq 0, x^2 + y^2 + z^3 \leq 8 \right\}. \end{aligned}$$

Dokaži njihovo konveksnost.

3. Dan je sledeči problem vezanega ekstrema z neenačbami:

$$\begin{aligned} \min 1/x + 1/y & \\ 4x + y &\leq 12, \\ x &\geq 1, \\ y &\geq 1. \end{aligned}$$

Dokaži, da je $(x, y) = (2, 4)$ optimalna rešitev.

4. Poišči minimum funkcije $f(x, y) = y$ na množici $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 4, x + y \geq 0, x \geq y^2\}$.

5. Poišči minimum funkcije $f(x, y) = 2x^2 - 2xy + y^2 - 6x - 2y$ pri pogojih

$$\begin{aligned} x + y &\leq 2, \\ 2x - y &\leq 2. \end{aligned}$$