

# Operacijske raziskave – 3. izpit

4. september 2012

Čas pisanja je 105 minut. Možno je doseči 100 točk. Vse odgovore je treba dobro utemeljiti. Veliko uspeha!

1	
2	
3	
4	
Σ	

Sedež (2.04)

Vpisna številka

Ime in priimek

## 1. naloga (25 točk)

Dr. Kaczynski se ukvarja s podatkovno strukturo  $A$ , ki je zelo podobna tabeli (angl. array) celih števil. Vrednosti v posameznih celicah “tabele”  $A$  lahko beremo, ne moremo pa jih spreminjati. Elementi “tabele”  $A$  so indeksirani s celimi števili od 1 do  $n$ , kjer je  $n = A.length()$  indeks zadnjega elementa “tabele”  $A$ . Edina operacija (poleg dostopanja do posameznih elementov), ki jo lahko izvajamo nad  $A$ , je  $A.obrniZacetek(i)$ . Če ima na začetku  $A$  naslednje vrednosti:

$$A = [a_1, \dots, a_{i-1}, a_i, a_{i+1}, \dots, a_n],$$

po klicu ukaza  $A.obrniZacetek(i)$  izgleda takole:

$$A = [a_i, \dots, a_2, a_1, a_{i+1}, \dots, a_n].$$

Dr. Kaczynski se je lotil implementacije algoritmov nad to podatkovno strukturo. Najprej je seveda implementiral algoritem za urejanje:

```
1:  $n \leftarrow A.length()$ 
2: for  $i \leftarrow n \dots 2$  do
3:   for  $j \leftarrow 1 \dots i - 1$  do
4:     if  $A[j] > A[i]$  then
5:        $A.obrniZacetek(j)$ 
6:        $A.obrniZacetek(i)$ 
7:     end if
8:   end for
9: end for
```

a) Oцени časovno zahtevnost zgornjega algoritma. Upoštevaj, da se operacija  $A.obrniZacetek(i)$  izvede v konstantnem času.

b) Algoritem izvedi na “tabeli”  $A = [5\ 9\ 12\ 7\ 15]$ . Ali deluje pravilno?

c) Napiši algoritem za urejanje, ki bo deloval pravilno. Njegova časovna zahtevnost ne sme biti slabša od časovne zahtevnosti algoritma Dr. Kaczynskega.

## 2. naloga (25 točk)

Žabec Rok<sup>1</sup> in žabica Neli živita v mlaki, na kateri plavajo lokvanjevi listi. Na enem listu sedi Rok, na drugi strani mlake pa je list, na katerem počiva Neli. Rok bi rad po listih priskakljal k Neli. Z enim skokom lahko premosti največ razdaljo  $d$ . Čisto vseeno mu je, koliko skokov naredi in koliko je skupna preskakana razdalja. Ali jo lahko obišče? Lokvanjevi listi so podani kot seznam koordinat v  $\mathbb{R}^2$ . Listi so majhni v primerjavi z razdaljami med njimi, zato jih lahko obravnavаш kot točke.

a) Formuliraj zgornji problem kot problem na grafih in predlagaj algoritem, s katerim ga lahko rešiš.

b) Reši problem za naslednje podatke:

$$(0, 0), (2, 1), (4, 1), (2, 4), (7, 4), (1, 6), (5, 6), (3, 8), (8, 8).$$

Rok sedi na lokvanju  $(0, 0)$ , Neli pa na  $(8, 8)$ ;  $d = 3$ .

---

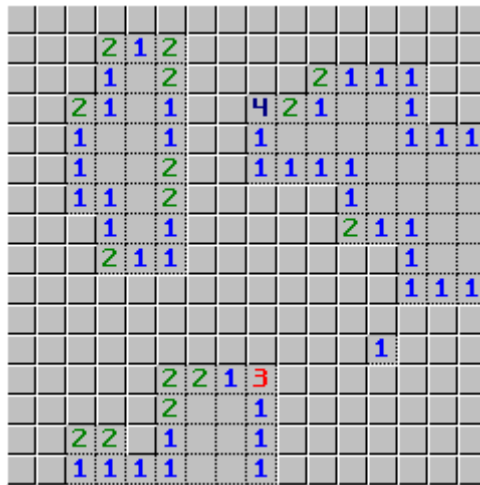
<sup>1</sup><http://www.youtube.com/watch?v=nUA5eqfBz7Y>

### 3. naloga (25 točk)

Antonio se preživlja z graviranjem na zlato. Ravnokar je dobil naročilo za graviranje dveh zelo umetelno izdelanih zaročnih prstanov. Če ne uspe izdelati prstanov v dogovorjenem času, bo moral plačati 1600 € kazni. Prstane lahko naroči pri zlatarju, ki ga je izbral naročnik. Ta zlatar bo izdelavo vsakega prstana zaračunal po 100 €, varovana dostava pa (ne glede na število prstanov) stane 200 €. Ker prstani niso čisto homogeni, je verjetnost, da graviranje uspe, le 50 %. Ves ostali material (neuspeli prstani, opilki ipd.) bo moral na koncu vrniti zlatarju (tako je določeno v pogodbi). Ker je naročilo časovno omejeno, ima časa za največ 2 naročili pri zlatarju. Koliko prstanov naj vsakič naroči, da bodo pričakovani stroški čim manjši?

#### 4. naloga (25 točk)

Minolovec je stara Microsoftova računalniška igrice. Za tiste, ki je morda ne poznate: Dano je minsko polje v obliki kariraste mreže dimenzij  $n \times m$ . V njem se nahaja  $p$  min. Spodnja slika predstavlja delno odprto minsko polje, ki vsebuje  $p = 40$  min:



V vsaki taki nedokončani igri je neka celica bodisi odprta bodisi zaprta. V nekaterih zaprtih celicah se nahajajo mine. V odprtih celicah so številke od 0 do 8 (številke 0 na zgornji sliki niso prikazane), ki povedo, koliko min se nahaja v okolici te celice (tj. na sosednjih 8 celicah). Za razliko od Minolovca na računalniku lahko pri nas tudi celica s številom 0 meji na zaprto celico.

Delno odprto minsko polje (levo) ima pri  $p = 7$  več možnih rešitev. Dve sta prikazani na desni strani:

2	3	4		
0	0	2		
0	0	1		

⚡	⚡	⚡	⚡	
2	3	4	⚡	
0	0	2		⚡
0	0	1	⚡	

⚡	⚡	⚡		⚡
2	3	4	⚡	
0	0	2	⚡	
0	0	1		⚡

Naslednje delno odprto minsko polje pa ni veljavno (ne glede na  $p$ ):

2	2	2	
0	0	2	

a) Opiši celoštevilski linearni program, ki bo povedal, ali je neko tako delno odprto minsko polje veljavno, tj. ali je možno  $p$  min postaviti na polje tako, da bo v okolici vsake odprte celice ustrezno število min.

b) Ali bi lahko s pomočjo celoštevilskega linearnega programa ugotovil, kolikšno je največje možno število min pri nekem delno odprtem polju? (Namig: Morda zadošča, če malenkost popraviš program iz prejšnje točke.)

c) Kako bi s pomočjo zgornjega celoštevilskega linearnega programa poiskal celice, ki nujno vsebujejo mino (tj. pri vseh možnih rešitvah se v tistih celicah nahajajo mine)?

Če želiš, si lahko pomagaš z oznakami:

- $\mathcal{O}$  ... množica vseh odprtih celic,
- $\mathcal{Z}$  ... množica vseh zaprtih celic,
- $N(s)$  ... množica vseh sosedov celice  $s$ .