

Operacijske raziskave: 2. kolokvij

24. 1. 2011

Čas pisanja je 100 minut. Možno je doseči 110 točk. Veliko uspeha!

1. naloga (25 točk)

Podjetje dobiva po pošti čeke iz celotne Evrope. Čas potovanja čeka je odvisen od kraja, od koder je bil ček poslan, in od kraja, kamor ček potuje. Na primer, ček poslan iz Vzhodne Evrope v Berlin v povprečju potuje 5 dni, torej mora podjetje čakati 5 dni, preden lahko ček unovči in razpolaga z denarjem.

Iz Severne Evrope je v povprečju dnevno poslanih za 70.000 evrov čekov, iz Zahodne Evrope za 50.000 evrov, iz Vzhodne 60.000 evrov, iz Južne pa 40.000 evrov. Podjetje želi obračunavati čeke kar se da hitro, saj izgubi 20 % vrednosti čeka na letni ravni.

Podjetje lahko postavi podružnice (in s tem poštne predale) v Londonu, Berlinu, Budimpešti in/ali Madridu. Strošek vzdrževanja ene podružnice znaša 50.000 evrov letno. Časi potovanja čekov so razvidni iz spodnje tabele:

	London	Berlin	Budimpešta	Madrid
Severna Evropa	2	6	8	8
Zahodna Evropa	6	2	5	5
Vzhodna Evropa	8	5	2	5
Južna Evropa	8	5	5	2

Primer: če Severna Evropa pošilja čeke v Budimpešto, bo v obtoku v povprečju za 560.000 evrov ($= 8 \times 70.000$) čekov, kar z 20 % izgubo pomeni 112.000 evrov izgube na letni ravni. Zanima nas, kje naj podjetje postavi podružnice, da bodo stroški čim manjši. Zastavi nalogo kot celoštevilski linearni program.

2. naloga (25 točk)

Danih imamo n kock, ki jih želimo zložiti v čim višji stolp. Dimenzije i -te kocke so $a_i \times b_i \times c_i$, kjer je a_i dolžina, b_i širina in c_i višina. Kocke ne smemo rotirati, in kocko i lahko postavimo na kocko j samo, če je $a_i < a_j$ in $b_i < b_j$. Brez škode za splošnost lahko predpostavimo, da je $a_1 \geq a_2 \geq \dots \geq a_n$. S pomočjo dinamičnega programiranja poišči najvišji možni stolp.

Dodatna naloga (10 točk) Kako bi nalogo rešil, če je dovoljena tudi rotacija kock?

3. naloga (25 točk)

Študent tretjega letnika finančne matematike se mora odločiti, ali bi nadaljeval študij na drugi stopnji. Ocenjuje, da bo, če študij uspešno zaključi, v življenju zaslužil 200.000 evrov več, kot če študij zaključi že po prvi stopnji. Če pa študija ne zaključi uspešno, bo imel zaradi stroškov študija in izgubljenega dohodka 40.000 evrov izgube. Verjetnost, da bo študij na drugi stopnji uspešno zaključil, je 80 %.

a) (5 točk) Modeliraj problem v okviru teorije odločanja (stanja, odločitve). Kakšno odločitev svetuješ študentu?

b) (20 točk) Matematični oddelek ponuja dodatno testiranje, ki študentom pomaga pri odločitvi, ali naj nadaljujejo študij. Test stane 500 evrov, in iz izkušenj kolegov študent ocenjuje, da so pogojne verjetnosti $P(\text{rezultat testa}|\text{uspešnost študija})$ naslednje:

	uspešen	neuspešen
pozitiven	19/20	1/10
negativen	1/20	9/10

Ali naj se študent prijavi na dodatno testiranje?

4. naloga (25 točk)

Naša naloga je, da med pet ljudi z uporabo denarnih nadomestil razdelimo pet predmetov, tako da bo vsak dobil enega, da bo vsak dobil pošten delež in da bo delitev brez zavisti. V spodnji matriki je podano vrednotenje vsakega izmed pet predmetov s strani petih ljudi.

$$\begin{bmatrix} 12 & 7 & 5 & 1 & 7 \\ 7 & 3 & 10 & 9 & 7 \\ 1 & 3 & 3 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & 1 & 3 \\ 5 & 8 & 20 & 5 & 5 \end{bmatrix}$$

Seveda želimo pri tem kot svetovalec zaslužiti čimveč. Ker ni zunanjšega financiranja, lahko naš zaslužek pridobimo le iz nadomestil. Uporabi kak znan algoritem za delitev pod temi pogoji in razloži, kako si pridobiš kar največji dobiček.