



## SLUČAJNI PROCESI 1

Pisni izpit

31. avgust 2010

Ime in priimek: \_\_\_\_\_ Vpisna številka: \_\_\_\_\_

Pazljivo preberite besedilo naloge, preden se lotite reševanja. Naloge so 3, rešiti morate vse. Skupaj lahko zberete 50 točk. Veljale bodo samo rešitve na papirju, na katerem so naloge.

Izpit morate obvezno oddati.

Vse odgovore utemeljite. Na voljo imate 110 minut. Veliko uspeha!

**Rezultati bodo objavljeni do petka, 3. septembra 2010, v spletni učilnici predmeta.**

Naloga	a	b	c	d	Skupaj
1.				•	
2.				•	
3.					
Skupaj	•	•	•	•	

**1. naloga** [15 točk]

Naj bo  $\{N_t\}_{t \geq 0}$  homogen Poissonov proces z intenzivnostjo  $\lambda > 0$ . Naj bo  $0 < t_1 < t_2 < t_3 < t_4$  in naj bo  $N(t_i, t_j)$  število skokov procesa  $N_t$  na časovnem intervalu  $(t_i, t_j]$ .

- (a) Določite porazdelitev in upanje  $N(t_1, t_2)$ .
- (b) Izračunajte  $E(N(t_1, t_2) \cdot N(t_3, t_4))$ .
- (c) Izračunajte  $E(N(t_1, t_3) \cdot N(t_2, t_4))$ . Rezultat poenostavite.

## 2. naloga [15 točk]

Znana spletna stran je v trenutku 0 objavila pričakovano odmevno novico. Privzemite, da spletni deskarji stran obiskujejo skladno z nehomogenim Poissonovim procesom s trenutno intenzivnostjo

$$\rho(t) = \frac{M}{(t+1)^2}, \quad t \geq 0,$$

kjer čas  $t$  merimo v minutah in je  $M > 0$  znana konstanta. Privzemite še, da vsak deskar novico prebira 5 minut, nato pa spletno stran zapusti.

- (a) Naj bo  $X_t$  število deskarjev, ki v trenutku  $t \geq 0$  prebirajo novico. Določite porazdelitev in upanje spremenljivk  $X_4$  in  $X_9$ .
- (b) Naj  $P_t$  označuje verjetnost, da v trenutku  $t$  nihče ne prebira novice. Izračunajte  $P_t$ .  
*Nasvet: Obravnavajte pri različnih  $t$ .*
- (c) Izračunajte  $\lim_{t \rightarrow \infty} P_t$ .

### 3. naloga [20 točk]

Zaradi uvedbe davka na nepremičnine ste se odločili, da boste prodali stanovanje, ki ga ne potrebujete. Izklicne cene ne želite navesti, odločite pa se, da ga boste prodali prvemu kupcu, ki bo zanj ponudil vsaj 100 000 EUR. V trenutku 0 je izbrana nepremičninska agencija objavila oglas z vašim stanovanjem. Privzemite, da ponudbe kupcev prihajajo skladno s homogenim Poissonovim procesom z intenzivnostjo 0.5/dan. Zneski, ki so jih kupci pripravljene plačati za stanovanje, so neodvisni od trenutka oddaje ponudbe in so porazdeljeni enakomerno na intervalu [80 000, 110 000] EUR.

- (a) Izračunajte matematično upanje števila ponudb, ki jih boste zavrnili do trenutka prodaje stanovanja.
- (b) Naj bo  $T$  čas, ko prodate stanovanje. Izračunajte upanje in disperzijo spremenljivke  $T$ .
- (c) Kolikšna je verjetnost, da boste stanovanje prodali v roku 1 tedna?
- (d) Izračunajte pričakovano kupnino, ki jo boste prejeli ob prodaji stanovanja.