

Izpit iz Slučajnih procesov 1

Finančna matematika

20. avgust 2012

1. Režiser išče tri igralce, enega moškega in dve ženski. Moški se prijavljajo v skladu s homogenim Poissonovim procesom z intenzivnostjo 2 na dan, ženske pa z intenzivnostjo 1 na dan, neodvisno od moških. Izračunajte pričakovani čas, ki je potreben, da režiser dobi tako moškega kot obe ženski. Privzamemo, da so vsi kandidati ustrezni.
2. Lan in Žan ustanovita podjetje in postavita na facebook njegov profil. Všečkanja si sledijo v skladu z nehomogenim Poissonovim procesom z intenzivnostjo $2/(1+t)$, kjer je t čas v urah. Lan je za računalnikom do prvega všečkanja, a največ eno uro. Ko gre Lan od računalnika, sede za računalnik Žan, dokler ne pride do naslednjega všečkanja, pa naj traja, kolikor hoče. Zapišite porazdelitev časa, ki mine od trenutka, ko postavita profil, do trenutka, ko Žan za računalnikom naleti na prvo všečkanje.
3. Andraž in Bine prideta na obisk k neki družini, ki ima psa. Vsak prinese svoje briquete za priboljšek. Andraž jih deli psu v skladu s homogenim Poissonovim procesom z intenzivnostjo 2, Bine pa jih deli z intenzivnostjo 3, neodvisno od Andraža. Toda Andraževi briketi so bistveno boljši: pes požre le prvega Binetovega in vse Andraževe. Izračunajte pričakovano število briketov, ki jih pes požre do časa t .
4. Življenjska doba televizorja je porazdeljena zvezno z gostoto:

$$f(t) = \begin{cases} \frac{2}{25}t & ; 0 < t < 5 \\ 0 & ; \text{sicer} \end{cases},$$

kjer je t čas v letih. Ko preteče življenjska doba, ga je potrebno zamenjati. Vse druge okvare zanemarimo. Trgovina da na televizor eno leto garancije.

Izračunajte dolgoročni letni prihodek trgovine s prodajo televizorjev na zvesto stranko, ki televizor takoj, ko mu poteče življenjska doba, zamenja z enakim novim: če je televizor še pod garancijo, dobi novega brezplačno, sicer pa ga kupi v isti trgovini. Cena televizorja v trgovini je 300 evrov, trgovina pa ga pri grosistu dobi za 200 evrov.