

Izpit iz Slučajnih procesov 1

Finančna matematika

20. junij 2012

1. V časovnem intervalu $[0, 1]$ opazujemo prihode, ki tvorijo homogen Poissonov proces z intenzivnostjo λ . Prihod, ki se zgodi ob času t , povzroči šok, katerega učinek ob času 1 je enak $e^{-\alpha(1-t)}$ (za neki $\alpha > 0$, ki je enak za vse). Izračunajte pričakovano vrednost največjega učinka ob času 1 (če ni bilo nobenega prihoda, je ta učinek enak nič).
2. Na ogled kolokvijev, ki se začne ob določeni uri, prihajajo tako študenti finančne kot študenti splošne matematike. Študenti finančne matematike prihajajo v skladu s homogenim Poissonovim procesom z intenzivnostjo 4 študenti na uro, študenti splošne matematike pa v skladu z homogenim Poissonovi procesom z intenzivnostjo 2 študenta na uro. Privzamemo, da so študenti finančne matematike neodvisni od študentov splošne matematike.

Recimo, da je bil v prve pol ure natanko en ogled. Izračunajte pogojni pričakovani čas ogleda prvega študenta finančne matematike, ki pride. Gledamo vse od začetka ogledov in privzamemo, da študenti od začetka hodijo na ogled v nedogled.
3. Zamudniki prihajajo v skladu z nehomogenim Poissonovim procesom z intenziteto $\rho(t) = e^{-t}$, kjer je t število mesecev zamude.
 - a) Kolikšna je verjetnost, da natanko eden zamudi manj kot dva meseca?
 - b) Recimo, da res natanko eden zamudi manj kot dva meseca. Kolikšna je pogojna verjetnost, da za njim ne bo nikogar?
4. Prenovitveni proces ima medprihodne čase, ki imajo porazdelitev, podano s kumulativno porazdelitveno funkcijo:

$$F(t) = \begin{cases} 0 & ; t < 0 \\ 1 - \frac{1}{2(1+t)^3} & ; t \geq 0 \end{cases} .$$

Narišite graf te porazdelitvene funkcije in določite dolgoročno število prihodov na časovno enoto.