

Izpit iz Slučajnih procesov 1

Finančna matematika

20. junij 2013

1. Pepi lovi ribe, ki prijemljejo v skladu s homogenim Poissonovim procesom z intenzivnostjo 3 ribe na uro. Brž ko ujame dve ribi, pa gre do sosednega ribnika, kjer ribe prijemljejo v skladu s homogenim Poissonovim procesom z intenzivnostjo 2 ribi na uro. Kolikšna je verjetnost, da je v prvi uri:
 - a) ujel manj kot dve ribi?
 - b) ujel več kot dve ribi?
2. Žena in mož iščeta rabljen avtomobil. Vsak gledata oglase za svojo priljubljeno znamko avtomobilov. Primerni oglasi za ženino znamko prihajajo v skladu s homogenim Poissonovim procesom z intenzivnostjo λ , primerni oglasi za moževo znamko pa v skladu s homogenim Poissonovim procesom z intenzivnostjo μ . Žena je pripravljena iti v nakup, ko naleti na tretji primeren oglas za svojo znamko, mož pa, ko naleti na drugi primeren oglas za svojo znamko. Zakonca kupita avto, brž ko je eden od njiju pripravljen iti v nakup. Privzamemo, da sta procesa prihajanja primernih oglasov za obe znamki neodvisna. Določite pričakovani čas, ob katerem zakonca kupita avto.
3. Dan je nehomogen Poissonov proces s funkcijo intenzivnosti $\rho(t) = 1/(1+t)$. Naj bo $W = N_3 - N_1$ število prihodov v časovnem intervalu od 1 do 3. Nadalje naj bo $A = \{N_2 = 2\}$ dogodek, da sta se do časa 2 zgodila natanko dva prihoda. Izračunajte $\mathbb{E}(W | A)$ in $\text{var}(W | A)$.
4. Žena in mož iščeta zlata zrna v rečnem pesku. Da najde zrno, žena porabi v povprečju 20 minut, mož pa 30 minut; čas iskanja je v obeh primerih porazdeljen eksponentno. Zrna začne iskati mož, žena pa počiva. Ko mož najde zrno, žrebata, in sicer z verjetnostjo $2/3$ nadaljuje z iskanjem žena, z verjetnostjo $1/3$ pa mož, drugi pa počiva. Ko tisti, ki išče, najde zrno, spet na enak način (in neodvisno od zgodovine) ponovita žrebanje, ki odloča, kdo bo naprej iskal.
 - a) Izračunajte pričakovano skupno število zrn, ki jih bosta na ta način našla do časa t .
 - b) Ali je proces, ki šteje najdena zrna, stacionaren?