

1. kolokvij iz Slučajnih procesov 1

Finančna matematika

22. april 2011

1. Tone ima službo, v kateri prve štiri ure dobiva naloge, ki tvorijo Poissonov tok z intenzivnostjo $1/2$ naloge na uro. Za vsako nalogo, ki jo dobi, potrebuje točno 4 ure, da jo opravi. Brž ko dobi prvo nalogo, začne opravljati naloge drugo za drugo in brez odmora. Ko opravi vse naloge, gre domov.
 - a) Izračunajte matematično upanje časa, ki ga Tone prebije v službi.
 - b) Kolikšna je verjetnost, da Tone prebije v službi več kot 17 ur?
2. Potniki od časa nič naprej prihajajo na postajo v skladu s Poissonovim tokom z intenzivnostjo λ , dokler ob času t ne odpelje vlak. Naj bo W vsota čakalnih časov vseh potnikov. Izračunajte $\text{var}(W)$.
3. V igralnici od časa do časa zazvoni zvonec. Vsakič, ko zazvoni zvonec, lahko igralec pritisne na gumb. Igralec dobi igro, če prvič pritisne na gumb ob zadnjem zvonjenju pred časom 1. Privzamemo, da zvonjenja tvorijo Poissonov tok z intenzivnostjo λ . Igralec igra tako, da prvič pritisne na gumb ob prvem zvonjenju od časa s naprej (če seveda do njega pride).
 - a) Kolikšna je verjetnost, da igralec dobi igro (v odvisnosti od s)?
 - b) Kolikšna je optimalna vrednost za s in kolikšna je pri tej izbiri verjetnost, da igralec dobi igro?
4. Slikar je pravkar razstavil sliko za prodajo. Zbiratelju Francu je slika všeč, a potrebuje še dva namiga, da se jo res odloči kupiti. Namigi tvorijo Poissonov tok z intenzivnostjo λ . Ostali kupci, neodvisni od namigov, pa prihajajo v skladu s Poissonovim tokom z intenzivnostjo $\lambda/2$ (in ko tak kupec pride, tudi kupi, če le slika še ni bila prodana). Kolikšna je verjetnost, da Franc dobi sliko?