

# 1. kolokvij iz Slučajnih procesov 1

Finančna matematika

11. april 2013

1. Dan je proces štetja, kjer je  $N_t + 1 \sim \text{Geom}(e^{-t})$ ; oznaka  $N_t$  kot ponavadi pomeni število prihodov do časa  $t$ . Izračunajte pričakovani čas prvega in drugega prihoda.
2. Standardno kocko mečemo, dokler ne pade najmanj pet pik (t. j. dokler se na zgornji strani kocke ne pokaže pet ali šest pik). Meti so neodvisni. Izračunajte pričakovano skupno število pik, ki padejo.
3. Dan je homogen Poissonov proces z intenzivnostjo  $\lambda$ . Naj bo  $a, b > 0$ .
  - a) Kolikšna je verjetnost, da se  $n$ -ti prihod zgodi do časa  $a$  in mu v naslednjih  $b$  časovnih enotah ne sledi noben prihod?
  - b) Označimo z  $X$  število prihodov v časovnem intervalu  $[0, a]$ , ki jim v naslednjih  $b$  časovnih enotah ne sledi noben prihod. Izračunajte  $\mathbb{E}(X)$ .
4. Andraž in Bine prideta na obisk k neki družini, ki ima psa. Vsak prinese svoje brikete za priboljšek. Andraž jih deli psu v skladu s homogenim Poissonovim procesom z intenzivnostjo 3, Bine pa jih deli z intenzivnostjo 1, neodvisno od Andraža. Pes požre vse dobljene brikete, vse dokler ne požre Binetovega: ta ga tako zasiti, da od takrat naprej ne požre nobenega več. Izračunajte pričakovano število briketov, ki jih pes požre do časa  $t$ .