Riemann–Stieltjesov integral je posplošitev Riemannovega integrala:

$$\int_a^b h(x)\,\mathrm{d}x = \lim \sum_{i=1}^{n} h(\xi_i)(x_i - x_{i-1})\,.$$

Natančneje, Riemann–Stieltjesov integral funkcije h po funkciji F je enak:

$$\int_a^b h(x)\,\mathrm{d}F(x) = \lim \sum_{i=1}^{n} h(\xi_i)\big(F(x_i) - F(x_{i-1})\big)\,.$$

Če je h zvezna, F pa zvezno odvedljiva na $[a, b]$, se lahko Riemann–Stieltjesov integral izrazi kar z Riemannovim integralom:

$$\int_a^b h(x)\,\mathrm{d}F(x) = \int_a^b h(x)\,F'(x)\,\mathrm{d}x\,.$$

Splošneje, naj bo h zvezna, F pa odsekoma zvezno odvedljiva, t. j. zvezno odvedljiva na celotnem intervalu (a, b), ki je lahko tudi neskončen, razen morda v nekaj vmesnih točkah $c_0 = a < c_1 < \cdots < c_{n-1} < c_n = b$, kjer pa mora imeti levo in desno limito (pri čemer se namesto leve limite v končnem krajišču a in desne limite v končnem krajišču b vzame kar tamkajšnja vrednost funkcije, v neskončnem krajišču pa se vzame, da sta leva in desna limita enaki). Označimo z $\delta_0, \delta_1, \ldots \delta_n$ skoke funkcije F v točkah $c_0, c_1, \ldots c_n$. Tedaj velja:

$$\int_a^b h(x)\,\mathrm{d}F(x) = \int_{c_0}^{c_1} h(x)\,F'(x)\,\mathrm{d}x + \cdots + \int_{c_{n-1}}^{c_n} h(x)\,F'(x)\,\mathrm{d}x + \\ + h(c_0)\,\delta_0 + h(c_1)\,\delta_1 + \cdots + h(c_n)\,\delta_n\,.$$

Če je F kumulativna porazdelitvena funkcija slučajne spremenljivke X, velja:

$$\mathbb{E}\big[h(X)\big] = \int_{-\infty}^{\infty} h(x)\,\mathrm{d}F(x)\,.$$

Če X zavzame vrednosti le na intervalu $[a, b]$, pa velja tudi:

$$\mathbb{E}\big[h(X)\big] = h(a)\,F(a) + \int_a^b h(x)\,\mathrm{d}F(x) + h(b)\,\big(1 - F(b)\big)\,.$$

Prenovitvena mera $M(t) := \mathbb{E}(N_t)$ prenovitvenega procesa ustreza **prenovitveni enačbi**:

$$M(t) = F(t) + M(t)\,F(0) + \int_0^t M(t-s)\,\mathrm{d}F(s)\,,$$

kjer je F kumulativna porazdelitvena funkcija medprihodne porazdelitve. Če ima le-ta gostoto f, lahko pišemo:

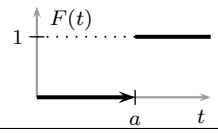
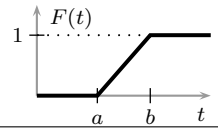
$$M(t) = F(t) + \int_0^t M(t-s)\,f(s)\,\mathrm{d}s\,.$$

Laplace–Stieltjesova transformiranka funkcije $F\colon\ [0,\infty) \to \mathbb{R}$ je funkcija, podana s predpisom:

$$\hat{F}(z) = F(0) + \int_0^\infty e^{-zt}\,\mathrm{d}F(t)\,.$$

Osnovne Laplace–Stieltjesove transformiranke:

$F(t)$	$\hat{F}(z)$
1	1
t^r	$\dfrac{r!}{z^r}$
$t^r\,e^{\alpha t}$	$\dfrac{r!\,z}{(z-\alpha)^{r+1}}$
$\displaystyle\int_0^t s^r\,e^{\alpha s}\,\mathrm{d}s$	$\dfrac{r!}{(z-\alpha)^{r+1}}$
$\displaystyle\int_0^t e^{\alpha s}\,\mathrm{d}G(s)$	$\hat{G}(z-\alpha)$

$F(t)$	$\hat{F}(z)$
	e^{-az}
	$\dfrac{e^{-az}-e^{-bz}}{(b-a)z}$
$G(t-a)\,\mathbb{1}(t\geq a)\,;\ \ a\geq 0$	$e^{-az}\,\hat{G}(z)$

Laplaceova transformiranka (porazdelitve) slučajne spremenljivke X z vrednostmi v $[0,\infty)$ je Laplace–Stieltjesova transformiranka njene kumulativne porazdelitvene funkcije. To je tudi funkcija, ki z preslika v $\mathbb{E}\big[e^{-zX}\big]$.

Stieltjesova konvolucija funkcij F in $G\colon\ [0,\infty) \to \mathbb{R}$ je definirana kot:

$$\begin{aligned}(F\star G)(t) &= F(t)\,G(0) + \int_0^t F(t-u)\,\mathrm{d}G(u) = \\ &= F(0)\,G(t) + \int_0^t G(t-u)\,\mathrm{d}F(u) = (G\star F)(t)\,.\end{aligned}$$

Tako lahko prenovitveno enačbo za prenovitveno mero zapišemo tudi takole:

$$M = F + M\star F\,,$$

Stieltjesova konvolucija je komutativna, asociativna in bilinearna.
Če sta F in G kumulativni porazdelitveni funkciji neodvisnih slučajnih spremenljivk z vrednostmi v $[0,\infty)$, je $F\star G$ kumulativna porazdelitvena funkcija njune vsote.

Laplace–Stieltjesova transformiranka Stieltjesove konvolucije je produkt
Laplace–Stieltjesovih transformirank posameznih funkcij:

$$\widehat{F\star G} = \hat{F}\,\hat{G}\,.$$

Posledično je Laplaceova transformiranka vsote neodvisnih slučajnih spremenljivk produkt transformirank.

Laplace–Stieltjesova transformiranka $\hat{M}$ prenovitvene mere M torej zadošča enačbi $\hat{M} = \hat{F} + \hat{M}\hat{F}$ in je zato enaka:

$$\hat{M}(z) = \frac{\hat{F}(z)}{1-\hat{F}(z)}\,.$$