5. HOMOGENI POISSONOV PROCES - 3. del

1. *Paradoks čakalne vrste.* Naj bo $\{N_t\}_{t\geq 0}$ homogen Poissonov proces z intenzivnostjo $\lambda > 0$. Privzemimo, da je $S_0 = 0$, in definirajmo naslednje slučajne spremenljivke

$$
\begin{aligned}
A_t &= t - S_{N_t} && \textit{čas, ki je pretekel od prejšnjega skoka} \\
E_t &= S_{N_t+1} - t && \textit{čas čakanja na naslednji skok} \\
B_t &= E_t + A_t
\end{aligned}
$$

   (a) Določi porazdelitev slučajnega vektorja (A_t, E_t). Kaj opaziš?

   (b) Določi robni porazdelitvi slučajnih spremenljivk A_t in E_t.

   (c) Določi porazdelitev slučajne spremenljivke B_t.

   (d) Izračunaj $\mathrm{E}(B_t)$ in $\lim\limits_{t\to\infty} \mathrm{E}(B_t)$.

   (e) Primerjaj $\mathrm{E}(B_t)$ s pričakovano vrednostjo medprihodnih časov.

2. Naj bo $\{N_t\}_{t\geq 0}$ homogen Poissonov proces z intenzivnostjo $\lambda > 0$. Dokaži, da je

$$\lim_{t\to\infty} \frac{N_t}{t} = \lambda \quad \text{s.g.}$$