Trilateralni Cournotov oligopol z asimetričnimi mejnimi stroški in horizontalno združevanje

Naj bodo A, B, c in x pozitivne konstante, in $A > c + x$. Povpraševanje po proizvodu treh podjetij na trgu je $P = A - B(q_1 + q_2 + q_3)$. Podjetja imajo mejne stroške $c_1 = c - x$, $c_2 = c$ in $c_3 = c + x$, in tekmujejo med seboj v Cournotovem smislu.

1. Kakšen je tržni rezultat v trilateralnem Cournotovem oligopolu?

   Mejni prihodek podjetja i je $MR_i = A - B(2q_i + q_j + q_k)$, $i, j, k = 1, 2, 3$, $i \neq j$, $i \neq k$ in $j \neq k$. Podjetje i maksimira dobiček z izbiro količine q_i, ki zadošča enačbi $MR_i = c_i$. Ker to počnejo vsa tri podjetja, lahko sistem treh enačb zapišemo kot:

$$B \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A - c_1 \\ A - c_2 \\ A - c_3 \end{pmatrix}. \tag{1}$$

   Sistem (1) se zapiše kot:

$$\begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{pmatrix} = \frac{1}{B} \begin{pmatrix} \frac{3}{4} & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \\ -\frac{1}{4} & \frac{3}{4} & -\frac{1}{4} \\ -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & \frac{3}{4} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A - c_1 \\ A - c_2 \\ A - c_3 \end{pmatrix} \tag{2}$$

   in ima rešitev $q_i = \frac{A - 3c_i + c_j + c_k}{4B}$. Ko upoštevamo strukturo stroškov, dobimo:

$$q_1 = \frac{A - c + 4x}{4B}, \; q_2 = \frac{A - c}{4B} \text{ in } q_3 = \frac{A - c - 4x}{4B}, \text{ ter} \tag{3}$$

$$P = \frac{1}{4}(A + 3c), \; \pi_1 = \frac{(A - c + 4x)^2}{16B}, \; \pi_2 = \frac{(A - c)^2}{16B} \text{ in } \pi_3 = \frac{(A - c - 4x)^2}{16B}. \tag{4}$$

   Za oceno racionalnosti združevanja v nadaljevanju potrebujemo tri vsote parov dobičkov za tri potencialne združitve. Če združita podjetji i in j, zapišemo vsoto njunih dobičkov pred združitvijo kot π_{ij}. Iz (4) dobimo:

$$\begin{aligned} \pi_{12} &= \frac{(A - c)^2 + 4(A - c)x + 8x^2}{8B}, \\ \pi_{13} &= \frac{(A - c)^2 + 16x^2}{8B} \end{aligned} \tag{5}$$

$$\pi_{23} = \frac{(A-c)^2 - 4(A-c)x + 8x^2}{8B}$$

2. Splošni rezultat v duopolu?

   Precej znan rezultat, tako da ga ne izpeljujem:

$$q_1 = \frac{A - 2c_1 + c_2}{3B} \text{ in } q_2 = \frac{A + c_1 - 2c_2}{3B} \tag{6}$$

   (a) Združeni podjetji sta 1 in 3, ali 2 in 3, podjetje 3 pa se ukine in vse proizvaja v bolj produktivnem od združenih podjetij. Torej, $c_1 = c - x$ in $c_2 = c$. Izraza (6) postaneta:

$$q_1 = \frac{A - c + 2x}{3B} \text{ in } q_2 = \frac{A - c - x}{3B},$$

   dobička pa sta:

$$\pi_1^a = \frac{(A - c + 2x)^2}{9B} \text{ in } \pi_2^a = \frac{(A - c - x)^2}{9B}. \tag{7}$$

   (b) Združeni podjetji sta 1 in 2 in podjetje 2 se ukine in vse proizvaja v podjetju 1. Torej, $c_1 = c - x$ in $c_2 = c + x$. Izraza (6) postaneta:

$$q_1 = \frac{A - c + 3x}{3B} \text{ in } q_2 = \frac{A - c - 3x}{3B},$$

   dobička pa sta:

$$\pi_1^b = \frac{(A - c + 3x)^2}{9B} \text{ in } \pi_2^b = \frac{(A - c - 3x)^2}{9B}. \tag{8}$$

3. Združitev dveh podjetij se izplača, če je njun dobiček po združitvi višji, kot je bila vsota njunih dobičkov pred združitvijo. Imamo tri možnosti.

   (a) Združita se podjetji 1 in 2. Združitev se izplača, če $\pi_1^b > \pi_{12}$. Ko vstavimo ustrezna izraza iz (8) in (5), dobimo:

$$\frac{A - c}{12} < x < A - c. \tag{9}$$

   (b) Združita se podjetji 1 in 3. Združitev se izplača, če $\pi_1^a > \pi_{13}$. Ko vstavimo ustrezna izraza iz (7) in (5), dobimo:

$$\frac{A - c}{28} < x < \frac{A - c}{4}. \tag{10}$$

(c) Združita se podjetji 2 in 3. Združitev se izplača, če $\pi_2^a > \pi_{23}$. Ko vstavimo ustrezna izraza iz (7) in (5), dobimo:

$$\frac{A-c}{16} < x < \frac{A-c}{4}. \tag{11}$$

Pričakovano se najhitreje izplača združitev podjetij 1 in 3, kjer je prihanek z ukinitvijo podjetja 3 največji (glej 10), najkasneje pa združitev najbolj produktivnih podjetij (glej 9).