

Fakulteta za matematiko in fiziko Univerze v Ljubljani
 Finančna matematika, 1. stopnja (3. letnik)
Statistika I, 2. del 2011/2012
1. izpit
 29. junij 2012

Pazljivo preberite navodilo naloge, preden se lotite reševanja. Odgovore dobro utemeljite. Vsaka naloga je vredna 25%. Veliko uspeha!

1. Naredili so raziskavo o odvisnosti med višino moškega in višino ženske v zakonski skupnosti. Višino moškega in ženske so razdelili v tri kategorije (velika, srednja in majhna). Rezultati so podani v naslednji kontingenčni tabeli.

	velika žena	srednja žena	majhna žena
visok mož	18	28	14
srednji mož	20	51	28
majhen mož	12	25	9

Pri stopnji značilnosti 0.05 testirajte, ali sta višina moža in višina žene neodvisni.

2. Naj bo $n \in \mathbb{N}$ in X_1, X_2, \dots, X_n slučajni vzorec z gostoto

$$f_a(x) = \begin{cases} ax^{a-1} & \text{za } x \in (0, 1), \\ 0 & \text{sicer,} \end{cases}$$

kjer je parameter $a > 0$. Naj bodo Y_1, Y_2, \dots, Y_n pripadajoče vrstilne statistike.

- (a) Izračunajte momentno cenilko za a .
 (b) Naj bo $n = 5$. Izračunajte $P(Y_4 > \frac{1}{2})$.
 (c) Naj bo $n = 5$ in 0.61, 0.01, 0.04, 0.68, 0.22 realizacija tega slučajnega vzorca. S pomočjo momentne cenilke ocenite $P(Y_4 > \frac{1}{2})$.
3. Podane imamo rezultate raziskave o povezavi med stopnjo kriminala in izobraženostjo v Združenih državah Amerike. Za pet zveznih držav imamo podane rezultate NAEP (National Assessment of Educational Progress) testa in število umorov v posamezni državi.

zvezna država	Kalifornija	Louisiana	Minnesota	New York	Utah
NAEP točke	262	258	288	276	274
število umorov na 100000 prebivalcev	6	11	3	5	2

Predpostavite, da je vzorec porazdeljen bivariatno normalno. Pri stopnji značilnosti 0.05 testirajte, ali je korelacijski koeficient res manjši od -0.5. Izračunajte P-vrednost tega testa in moč testa v vrednosti -0.8.

4. Naj bo $n \in \mathbb{N}$ in X_1, X_2, \dots, X_n slučajni vzorec z gostoto

$$f_\theta(x) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} x^{\frac{1}{\theta}-1} & \text{za } x \in (0, 1), \\ 0 & \text{sicer,} \end{cases}$$

kjer je neznan parameter $\theta > 0$.

- (a) Izračunajte Fisherjevo informacijo $I(\theta)$ slučajne spremenljivke X z gostoto f_θ .
- (b) Cenilka največjega verjetja za θ je enaka

$$\hat{\theta} = -\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \ln X_k.$$

Izračunajte učinkovitost cenilke $\hat{\theta}$.