

Fakulteta za matematiko in fiziko Univerze v Ljubljani  
 Finančna matematika, 1. stopnja (3. letnik)  
**Statistika I, 2. del 2010/2011**  
**2. izpit**  
 5. september 2011

Pazljivo preberite navodilo naloge, preden se lotite reševanja. Odgovore dobro utemeljite. Vsaka naloga je vredna 25%. Veliko uspeha!

1. V neki tovarni proizvajajo kovinske palice dolžine 100 cm. Podanih imamo 27 meritev odstopanj od dolžine stotih centimetrov.

0.04 0.07 0.18 0.24 0.31 0.32 0.36 0.39 0.40 0.43 0.44 0.50 0.51 0.54  
 0.55 0.58 0.62 0.64 0.64 0.69 0.70 0.72 0.72 0.75 0.81 0.84 0.86

Pri stopnji značilnosti 0.05 testirajte, ali so odstopanja porazdeljena enakomerno zvezno na intervalu  $[0, \theta]$ , kjer je  $\theta > 0$ .

*Uporabite lahko naslednji rezultat iz predavanj: če je  $X_1, X_2, \dots, X_n$  slučajni vzorec porojen iz enakomerne zvezne porazdelitve na intervalu  $[0, \theta]$ , kjer je  $\theta > 0$  neznan parameter, je cenilka največjega verjetja za  $\theta$  enaka  $X_{(n)}$ .*

2. V neki državi z dvema milijoni prebivalcev so 1000 ljudi vprašali, kateri pralni prašek uporabljajo. Rezultati so sledeči: 360 državljanov uporablja prašek A, 290 prašek B, ostali pa uporabljajo neke druge pralne praške.

- (a) Z izračunom primernega približnega enostranskega intervala zaupanja utemeljite, ali lahko na podlagi zgornje ankete s 95% gotovostjo trdimo, da več prebivalcev te države uporablja prašek A kot B.
- (b) Pri stopnji značilnosti 0.05 testirajte, ali več kot tretjina prebivalcev te države uporablja pralni prašek A. Izračunajte tudi  $P$ -vrednost tega testa in moč testa v vrednosti 0.4.

3. Naj bo  $n \in \mathbb{N}$  in  $X_1, X_2, \dots, X_n$  slučajni vzorec porojen iz enakomerne zvezne porazdelitve na intervalu  $[\theta, \theta + a]$ , kjer sta  $\theta \in \mathbb{R}$  in  $a > 0$  parametra.

- (a) Izračunajte momentni cenilki za neznan parameter  $\theta$  in  $a$ .
- (b) Naj bo sedaj  $a$  znana pozitivna konstanta. Poiščite cenilko/ke največjega verjetja za neznan parameter  $\theta$ .

4. Naj bo  $n \in \mathbb{N}$  in  $X_1, X_2, \dots, X_n$  slučajni vzorec z gostoto

$$f(x) = \begin{cases} \beta \alpha^{-\beta} x^{\beta-1} e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\beta} & \text{za } x > 0, \\ 0 & \text{za } x \leq 0, \end{cases}$$

kjer sta  $\alpha$  in  $\beta$  poljubni pozitivni konstanti (*Weibullova porazdelitev*). Naj bodo  $Y_1, Y_2, Y_3, \dots, Y_n$  pripadajoče vrstilne statistike.

- (a) Izračunajte  $P(Y_1 > c)$ , kjer je  $c$  poljubna pozitivna konstanta.
- (b) Poiščite gostoto skupne porazdelitve slučajnega vektorja  $(Y_1, Y_2, \dots, Y_{n-1})$ .