

Fakulteta za matematiko in fiziko Univerze v Ljubljani  
Finančna matematika, 1. stopnja (3. letnik)  
**Statistika I, 2. del 2010/2011**  
**3. izpit**  
22. september 2011

Pazljivo preberite navodilo naloge, preden se lotite reševanja. Odgovore dobro utemeljite. Vsaka naloga je vredna 25%. Veliko uspeha!

1. S termometrom merimo temperaturo ozračja. Podane imamo meritve ( $^{\circ}\text{C}$ ), ki so porazdeljene normalno s standardnim odklonom 0.5:

9.67, 9.88, 10.36, 10.49, 11.57.

Pri stopnji značilnosti 0.05 testirajte, ali je temperatura ozračja večja od  $10^{\circ}\text{C}$ . Izračunajte tudi  $P$ -vrednost uporabljenega testa. Kolikšna je verjetnost, da pri tem testu zavrnamo ničelno hipotezo, če je dejanska temperatura ozračja  $11^{\circ}\text{C}$ ?

2. Obravnavamo odvisnost končne hitrosti avtomobila od največje moči njegovega motorja. Podane imamo največje moči motorjev avtomobilov različnih zmogljivosti in njihove končne hitrosti.

|                            |     |     |     |     |     |
|----------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|
| največja moč motorja (bhp) | 90  | 160 | 210 | 230 | 410 |
| končna hitrost (km/h)      | 170 | 210 | 240 | 250 | 280 |

- (a) Izračunajte vzorčni korelacijski koeficient.  
(b) Ocenite regresijsko premico in utemeljite uporabo modela linearne regresije.  
(c) Z izračunom primerne dvostranskega intervala zaupanja utemeljite, ali lahko na podlagi zgornjih meritev s 95% gotovostjo trdimo, da je naklonski koeficient regresijske premice manjši od 0.5.  
(d) Pri stopnji značilnosti 0.05 testirajte, ali je naklonski koeficient regresijske premice manjši od 0.5.
3. Naj bo  $n \in \mathbb{N}$  in  $X_1, X_2, \dots, X_n$  slučajni vzorec z gostoto

$$f_{\theta}(x) = \frac{1}{2\theta} e^{-\frac{|x|}{\theta}}, \quad x \in \mathbb{R},$$

kjer je neznan parameter  $\theta > 0$ .

- (a) Izračunajte cenilko največjega verjetja  $\hat{\theta}$  za parameter  $\theta$ . Pokažite, da je cenilka nepristranska.  
(b) Izračunajte Rao-Cramerjevo mejo za cenilko  $\hat{\theta}$ . Ali je  $\hat{\theta}$  najbolj učinkovita?
4. Naj bo  $X_1, X_2, X_3$  slučajni vzorec, ki je porazdeljen normalno z upanjem  $\mu$  in disperzijo  $\sigma^2$ , in naj bodo  $Y_1, Y_2, Y_3$  pripadajoče vrstilne statistike. Izračunajte  $P(Y_1 < \mu < Y_3)$ .  
*Namig: Na predavanjih ste izpeljali gostoto dvorazsežnega slučajnega vektorja vrstilnih statistik.*