

Ime in priimek: _____

Vpisna številka:

--	--	--	--	--	--	--	--

Fakulteta za matematiko in fiziko Univerze v Ljubljani
 Finančna matematika, 1. stopnja (3. letnik)
Statistika I, 2. del 2011/2012
3. izpit
 19. september 2012

Pazljivo preberite navodilo naloge, preden se lotite reševanja. Odgovore dobro utemeljite. Vsaka naloga je vredna 25%. Veliko uspeha!

1. V igralnici igramo naslednjo igro. Vržemo tri kocke in preštejemo, koliko šestic je padlo. Višina dobitka je odvisna le od števila vrženih šestic. Igro igramo stokrat in pri vsaki igri zabeležimo le, koliko šestic je padlo. Rezultati so podani v naslednji tabeli.

število šestic	0	1	2	3
število iger	50	36	11	3

Pri stopnji značilnosti 0.05 testirajte, ali je igra poštena (t.j. ali je število padlih šestic porazdeljeno tako, kot bi bilo porazdeljeno v primeru meta treh poštenih kock).

2. Človek naj bi v povprečju spal osem ur na dan. Domnevamo, da spi študent med študijskim letom v povprečju manj kot osem ur na dan. Pet študentov vprašamo, koliko ur na dan so v povprečju spali v preteklem tednu. Podatki so naslednji:

6.9, 8.1, 6.1, 7.5, 7.3.

Predpostavite, da podatki porazdeljeni normalno. Pri stopnji značilnosti 0.05 testirajte, ali študentje res spijo v povprečju manj kot osem ur na dan. Izrazite moč testa s primerno porazdelitveno funkcijo. Kolikšna je moč testa v vrednosti 7.5? Slednji rezultat izrazite s pomočjo $F(a)$, kjer je F primerna porazdelitvena funkcija in a realno število. Na enak način izrazite tudi P -vrednost testa.

3. Naj bo $n \in \mathbb{N}$ in X_1, X_2, \dots, X_n slučajni vzorec porojen iz enakomerne zvezne porazdelitve na intervalu $[\theta, \theta + a]$, kjer sta $\theta \in \mathbb{R}$ in $a > 0$ neznana parametra. Naj bodo Y_1, Y_2, \dots, Y_n pripadajoče vrstilne statistike in $Y = Y_n - Y_1$ vzorčni razpon.

- (a) Izračunajte cenilke največjega verjetja za neznana parametra θ in a .
 (b) Naj bo $\tilde{a} = c_n Y$, kjer je c_n neka pozitivna konstanta, odvisna le od velikosti vzorca n . Določite c_n tako, da bo \tilde{a} nepristranska cenilka za a .

4. Naj bo $n \in \mathbb{N}$ in X_1, X_2, \dots, X_n slučajni vzorec z gostoto

$$f_a(x) = \frac{1}{a} e^{-x} e^{-\frac{1}{a} e^{-x}}, \quad x \in \mathbb{R},$$

kjer je neznan parameter $a > 0$.

- (a) Izračunajte cenilko največjega verjetja \hat{a} za parameter a . Pokažite, da je cenilka nepristranska.
 (b) Izračunajte Rao-Cramerjevo mejo za cenilko \hat{a} . Ali je \hat{a} najbolj učinkovita?