

Fakulteta za matematiko in fiziko Univerze v Ljubljani
Finančna matematika, 1. stopnja (3. letnik)
Statistika I, 2. del 2011/2012
3. kolokvij
12. april 2012

Pazljivo preberite navodilo naloge, preden se lotite reševanja. Odgovore dobro utemeljite. Vsaka naloga je vredna 25%. Veliko uspeha!

1. Podanih je 100 meritev, ki so porazdeljene normalno z upanjem μ in disperzijo σ^2 . Od tega je 23 vrednosti manjših od 80 in 19 vrednosti večjih od 120. Ocenite μ in σ .

Namig: pomagajte si z relativnimi frekvenkami primernih dogodkov.

2. Ozon je škodljiv zdravju, če njegova stopnja presega 0.30 mg/kg. V Ljubljani in Mariboru so zgradili novi tovarni. V obeh mestih so izmerili stopnjo ozona na šestih različnih merilnih postajah pred in po izgradnji tovarne (vrstni red meritev po različnih postajah je enak pred in po izgradnji tovarne). Meritve so naslednje:

Ljubljana pred izgradnjo tovarne: 0.26 0.28 0.36 0.37 0.40 0.32,

Ljubljana po izgradnji tovarne: 0.37 0.33 0.44 0.48 0.39 0.37,

Maribor pred izgradnjo tovarne: 0.22 0.26 0.33 0.39 0.29 0.32,

Maribor po izgradnji tovarne: 0.33 0.30 0.41 0.42 0.28 0.37.

Predpostavimo, da so vse štiri skupine podatkov porazdeljen normalno z enakimi disperzijami.

- (a) Z izračunom primerne enostranskega intervala zaupanja utemeljite, ali lahko s 95% gotovostjo trdimo, da je ozon v Ljubljani po izgradnji tovarne škodljiv zdravju.
- (b) Z izračunom primerne dvostranskega intervala zaupanja utemeljite, ali lahko s 95% gotovostjo trdimo, da je stopnja ozona v Ljubljani po izgradnji tovarne višja kot pred izgradnjo.
- (c) Z izračunom primerne dvostranskega intervala zaupanja utemeljite, ali lahko z 90% gotovostjo trdimo, da je stopnja ozona v Ljubljani po izgradnji tovarne višja kot stopnja ozona po izgradnji tovarne v Mariboru.
3. Kartica ima $n \geq 2$ čipov. Če preneha delovati eden izmed čipov, kartica kljub temu deluje. Če se pokvarita dva čipa ali več, kartica preneha delovati. Časi delovanja čipov X_1, X_2, \dots, X_n naj bodo neodvisni in porazdeljeni eksponentno s parametrom $\lambda > 0$.
- (a) Poiščite gostoto porazdelitve življenske dobe kartice.
- (b) Izračunajte verjetnost, da kartica deluje vsaj c enot časa, kjer je c neka pozitivna konstanta.

4. Naj bo $n \in \mathbb{N}$ in X_1, X_2, \dots, X_n slučajni vzorec z gostoto

$$f_{\theta}(x) = \frac{1}{2\theta} e^{-\frac{|x|}{\theta}}, \quad x \in \mathbb{R},$$

kjer je neznan parameter $\theta > 0$.

- (a) Izračunajte momentno cenilko $\hat{\theta}$ za θ .
- (b) Izračunajte momentno cenilko $\hat{\theta}^2$ za θ^2 . Ali je $\hat{\theta}^2$ nepristranska cenilka za θ^2 ? Izračunajte standardno napako cenilke $\hat{\theta}^2$.