

Fakulteta za matematiko in fiziko Univerze v Ljubljani
 Finančna matematika, 1. stopnja (3. letnik)
Statistika I, 2. del 2012/2013
3. kolokvij
 19. april 2013

Pazljivo preberite navodilo naloge, preden se lotite reševanja. Odgovore dobro utemeljite. Vsaka naloga je vredna 25%. Veliko uspeha!

1. V neki državi z dvema milijonoma prebivalcev imajo čez en teden parlamentarne volitve, na katerih kandidirajo tri stranke. Teden dni nazaj je potekala prva javnomnenjska raziskava, danes pa druga. V spodnji tabeli je podano število anketirancev v vsaki raziskavi, ki podpirajo določeno stranko oz. se ne bodo udeležili volitev.

	stranka A	stranka B	stranka C	neudeležba volitev
prva raziskava	681	156	122	41
druga raziskava	699	144	119	38

- (a) Z izračunom primernege intervala zaupanja utemeljite, ali lahko na podlagi zgornjih raziskav z 90% gotovostjo trdimo, da sta stranko A pred enim tednom podpirali vsaj dve tretjini prebivalstva?
- (b) Z izračunom primernege intervala zaupanja utemeljite, ali lahko na podlagi zgornjih raziskav s 95% gotovostjo trdimo, da se je podpora stranki A v zadnjem tednu zvišala?
2. Naj bo $n \in \mathbb{N}$ in X_1, X_2, \dots, X_n slučajni vzorec, porazdeljen normalno z neznanim upanjem μ_1 in neznano disperzijo σ_1^2 . Naj bo $m \in \mathbb{N}$ in Y_1, Y_2, \dots, Y_m slučajni vzorec, porazdeljen normalno z neznanim upanjem μ_2 in neznano disperzijo σ_2^2 . Naj bosta a in b poljubni realni konstanti. Izpeljite interval zaupanja za $a\mu_1 - b\mu_2$, če veljajo za slučajna vzorca pogoji (a) in če veljajo pogoji (b) (navedeni spodaj).
- (a) Slučajna vzorca sta neodvisna in $a\sigma_1 = b\sigma_2$.
- (b) Velikosti vzorcev sta enaki in slučajna vzorca sta odvisna v običajnem pomenu, t.j. X_i in Y_j neodvisni za vsak $j \neq i$ ter X_i in Y_i odvisni.

3. Naj bo $n \in \mathbb{N}$ in X_1, X_2, \dots, X_n slučajni vzorec z gostoto

$$f(x; \theta) = \begin{cases} \frac{1}{2\theta} & \text{za } -\theta \leq x \leq \theta, \\ 0 & \text{sicer,} \end{cases}$$

kjer je neznan parameter $\theta \in (0, \infty)$.

- (a) Izračunajte momentno cenilko za θ .
- (b) Izračunajte cenilko/cenilke največjega verjetja za θ .
4. Naj bo $n \in \mathbb{N}$ in X_1, X_2, \dots, X_n slučajni vzorec z gostoto

$$f(x; \alpha) = \begin{cases} \alpha \beta x^{\beta-1} e^{-\alpha x^\beta} & \text{za } x > 0, \\ 0 & \text{sicer,} \end{cases}$$

kjer je $\alpha \in (0, \infty)$ neznan parameter in $\beta \in (0, \infty)$ znan parameter.

- (a) Izračunajte cenilko največjega verjetja $\hat{\alpha}$ za parameter α .
- (b) Izračunajte cenilko največjega verjetja za $\frac{1}{\alpha}$. Ali je ta cenilka nepristranska cenilka za $\frac{1}{\alpha}$?