

Fakulteta za matematiko in fiziko Univerze v Ljubljani  
 Finančna matematika, 1. stopnja (3. letnik)  
**Statistika I, 2. del 2010/2011**  
**4. kolokvij**  
 27. maj 2011

Pazljivo preberite navodilo naloge, preden se lotite reševanja. Odgovore dobro utemeljite. Vsaka naloga je vredna 25%. Veliko uspeha!

1. Naj bo  $n \in \mathbb{N}$  in  $X_1, X_2, \dots, X_n$  slučajni vzorec z gostoto

$$f_a(x) = \begin{cases} \frac{x}{a} e^{-\frac{x^2}{2a}} & \text{za } x > 0, \\ 0 & \text{za } x \leq 0, \end{cases}$$

kjer je neznan parameter  $a > 0$ .

- (a) Izračunajte cenilko največjega verjetja  $\hat{a}$  za parameter  $a$ . Pokažite, da je cenilka nepristranska.  
 (b) Izračunajte Rao-Cramerjevo mejo za cenilko  $\hat{a}$ . Ali je  $\hat{a}$  najbolj učinkovita?
2. Stopnja ozona je škodljiva zdravju, če presega 0.30. V nekem mestu domnevajo, da je stopnja ozona previsoka. Podane imamo normalno porazdeljene meritve stopnje ozona:

0.32, 0.35, 0.38, 0.41, 0.48.

Pri stopnji značilnosti 0.05 testirajte, ali je stopnja ozona škodljiva zdravju. Izrazite moč testa s primerno porazdelitveno funkcijo. Kolikšna je moč testa v vrednosti 0.40? Slednji rezultat izrazite v obliki  $F(a)$ , kjer je  $F$  primerna porazdelitvena funkcija in  $a$  realno število.

3. Okuženost mleka z bakterijami raziskujemo tako, da na objektno steklo kanemo 0.01 ml mleka, ki se po pokritju s krovnim stekelcem razporedi na površino enega  $\text{cm}^2$ . Slednjo površino razdelimo na 400 kvadratov in v njih preštejemo skupke bakterij. Meritve so sledeče.

število skupkov v enem kvadratu	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	19
število kvadratov	56	104	80	62	42	27	9	9	5	3	2	1

Pri stopnji značilnosti 0.05 testirajte, ali so skupki bakterij porazdeljeni Poissonovo.

4. Topnost neke spojine naj bi bila linearno odvisna od temperature. Podane imamo sledeče meritve.

temperatura ( $^{\circ}\text{C}$ )	35.4	36.0	36.7	37.2	38.0
topnost (g/100ml)	0.65	0.82	1.10	1.20	1.27

- (a) Ocenite regresijsko premico.  
 (b) Izračunajte intervala zaupanja za parametra regresijske premice pri stopnji zaupanja 0.95.  
 (c) Izračunajte 95% interval napovedi za topnost pri temperaturi  $40.0^{\circ}\text{C}$ .