List formul za 3. kolokvij

Za porazdelitvene funkcije standardne normalne, Studentove, hi-kvadrat in beta porazdelitve so uporabljene standardne oznake z vaj. Naj bo $X_1, X_2, \ldots, X_n \sim X$ slučajni vzorec. Z $\overline{X}$ označimo vzorčno povprečje. *Vzorčna disperzija* je enaka

$$S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{k=1}^{n}(X_k - \overline{X})^2 = \frac{1}{n-1}\left(\sum_{k=1}^{n} X_k^2 - n\overline{X}^2\right).$$

Naj bo F porazdelitvena funkcija slučajne spremenljivke X. Porazdelitvena funkcija $\min\{X_1, X_2, \ldots, X_n\}$ je enaka $1-(1-F)^n$. Porazdelitvena funkcija $\max\{X_1, X_2, \ldots, X_n\}$ je enaka F^n.

Intervali zaupanja za normalna vzorca

Naj bosta $X_1, X_2, \ldots, X_n$ in $Y_1, Y_2, \ldots, Y_m$ neodvisna slučajna vzorca, porazdeljena normalno - prvi z upanjem $\mu_1 = \mu$ in dispezijo $\sigma_1^2 = \sigma^2$ ter drugi z upanjem μ_2 in disperzijo σ_2^2. Naj bo $S_X^2 = S^2$ vzorčna disperzija prvega vzorca in S_Y^2 vzorčna disperzija drugega vzorca. Intervali zaupanja s stopnjo zaupanja β, kjer $(*)$ označuje približni interval zaupanja:

σ **znan** $\mu = \overline{X} \pm \Phi^{-1}\left(\frac{1+\beta}{2}\right)\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

σ **neznan** $\mu = \overline{X} \pm F_{t_{n-1}}^{-1}\left(\frac{1+\beta}{2}\right)\frac{S}{\sqrt{n}}$

μ **znan** $\frac{(n-1)\widehat{\sigma^2}}{x_2} \le \sigma^2 \le \frac{(n-1)\widehat{\sigma^2}}{x_1}$, kjer je $x_1 = F_{\chi_n^2}^{-1}\left(\frac{1-\beta}{2}\right)$, $x_2 = F_{\chi_n^2}^{-1}\left(\frac{1+\beta}{2}\right)$ in $\widehat{\sigma^2} = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}(X_k-\mu)^2$

μ **neznan** $\frac{(n-1)S^2}{x_2} \le \sigma^2 \le \frac{(n-1)S^2}{x_1}$, kjer je $x_1 = F_{\chi_{n-1}^2}^{-1}\left(\frac{1-\beta}{2}\right)$ in $x_2 = F_{\chi_{n-1}^2}^{-1}\left(\frac{1+\beta}{2}\right)$

σ_1, σ_2 **znana** $\mu_1 - \mu_2 = \overline{X} - \overline{Y} \pm \Phi^{-1}\left(\frac{1+\beta}{2}\right)\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n} + \frac{\sigma_2^2}{m}}$

$(*)$ $\sigma_1 \neq \sigma_2$ **neznana** $\mu_1 - \mu_2 = \overline{X} - \overline{Y} \pm \Phi^{-1}\left(\frac{1+\beta}{2}\right)\sqrt{\frac{S_X^2}{n} + \frac{S_Y^2}{m}}$

$\sigma_1 = \sigma_2$ **neznana** $\mu_1 - \mu_2 = \overline{X} - \overline{Y} \pm F_{t_{n+m-2}}^{-1}\left(\frac{1+\beta}{2}\right) S_p\sqrt{\frac{1}{n} + \frac{1}{m}}$, kjer je $S_p^2 = \frac{(n-1)S_X^2 + (m-1)S_Y^2}{n+m-2}$

Intervali zaupanja za Bernoullijeva vzorca

Naj bosta slučajna vzorca $X_1, X_2, \ldots, X_n$ in $Y_1, Y_2, \ldots, Y_m$ porazdeljena Bernoullijevo, prvi s parametrom $p_1 = p$ in drugi s parametrom p_2. S $\hat{p_1} = \hat{p}$ in $\hat{p}_2$ označimo pripadajoči relativni frekvenci. Intervali zaupanja s stopnjo zaupanja β, kjer $(*)$ označuje približni interval zaupanja:

Clopper-Pearson $L(K) \le p \le U(K)$, kjer je $K = X_1 + X_2 + \ldots + X_n$,
$L(K) = F_{\mathrm{Beta(K,n-K+1)}}^{-1}\left(\frac{1-\beta}{2}\right)$ za $K > 0$ in $L(0) = 0$ ter
$U(K) = F_{\mathrm{Beta(K+1,n-K)}}^{-1}\left(\frac{1+\beta}{2}\right)$ za $K < n$ in $U(n) = 1$

$(*)$ **CLI in ZVŠ aproksimacija** $p = \hat{p} \pm \Phi^{-1}\left(\frac{1+\beta}{2}\right)\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$

$(*)$ **neodvisna vzorca** $p_1 - p_2 = \hat{p_1} - \hat{p_2} \pm \Phi^{-1}\left(\frac{1+\beta}{2}\right)\sqrt{\frac{\hat{p_1}(1-\hat{p_1})}{n} + \frac{\hat{p_2}(1-\hat{p_2})}{m}}$

$(*)$ $m = n$, **odvisna vzorca (na način z vaj)** $p_1 - p_2 = \hat{p_1} - \hat{p_2} \pm \Phi^{-1}\left(\frac{1+\beta}{2}\right)\sqrt{\frac{\hat{p_1}(1-\hat{p_1}) + \hat{p_2}(1-\hat{p_2}) + 2\hat{p_1}\hat{p_2}}{n}}$

Interval zaupanja za Poissonov vzorec

Naj bo slučajni vzorec $X_1, X_2, \ldots, X_n$ porazdeljen Poissonovo s parametrom λ in $K = X_1 + X_2 + \ldots + X_n$. Interval zaupanja za λ s stopnjo zaupanja β je enak $L(K) \le \lambda \le U(K)$, kjer je $L(K) = \frac{1}{2n}F_{\chi_{2K}^2}^{-1}\left(\frac{1-\beta}{2}\right)$ za $K > 0$ in $L(0) = 0$ ter $U(K) = \frac{1}{2n}F_{\chi_{2K+2}^2}^{-1}\left(\frac{1+\beta}{2}\right)$.

Nina Ružić, FMF UL, Statistika I, 2013/2014