

Izpit iz teorije iger

FMF, Oddelek za matematiko – univerzitetni študij

30. avgust 2011

1. Dva proizvajalca proizvajata isto blago, katerega proizvodnjo lahko poljubno prilagajata trgu. Vsak nastavi svojo ceno enote blaga. Trg je pripravljen kupiti $\max\{b - m, 0\}$ blaga, kjer je $b > 0$, m pa višja od cen. Kupci izbirajo proizvajalca na slepo. Modelirajte to kot strateško igro s funkcijami prefenc in določite vsa Nasheva ravnovesja.

2. Dana je matrična igra $\begin{bmatrix} 4 & 1 & a \\ 1 & 5 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}$. Določite, za katere vrednosti parametra a kakšna konveksna kombinacij dveh vrstic dominira preostalo vrstico. Za najmanjšo tako vrednost poiščite nivo varnosti za prvega igralca.

3. Bayesova igra za dva igralca ima tri stanja, ω_1 , ω_2 in ω_3 . Prvi igralec ne ve, v katerem stanju je igra, in verjame v verjetnosti stanj $\Pr(\omega_1) = 1/4$, $\Pr(\omega_2) = 1/2$, $\Pr(\omega_3) = 1/4$, medtem ko drugi igralec pozna stanje igre. Prvi igralec lahko igra poteze A , B ali C , drugi pa potezi L ali D . Dobitki pri posameznih stanjih in potezah so prikazani spodaj:

	Stanje ω_1 :		Stanje ω_2 :		Stanje ω_3 :	
	L	D	L	D	L	D
A	2, 2	4, 3	4, 1	1, 2	2, 1	2, 0
B	6, 3	0, 4	3, 5	3, 4	8, 2	0, 1
C	5, 6	5, 7	2, 0	0, 7	1, 4	0, 0

Poiščite mešana Bayesova ravnovesja igre. *Namig*: pomagajte si z dominacijami.

4. Študent Aljaž je v Ljubljani najel stanovanje, ki ga ta hip, ko v njem živi sam, stane 650€ na mesec, zato išče sostanovalce. Stanovanje je primerno za največ tri osebe, vsak dodatni sostanovalec pa poveča stroške za 50€. Aljažu se oglasita dva interesenta, ki se dnevno vozita iz oddaljenih krajev: Bojan, ki ga vožnja stane 200€, in Cveto, ki ga stane 300€ na mesec (če smo natančni, pri obeh gledamo razliko med cenami vsakodnevnih voženj, če ne se preseli v Ljubljano, in cenami občasnih voženj, če se preseli v Ljubljano)
 - a) Formulirajte to kot igro v koalicijski obliki in preverite superaditivnost (za karakteristično funkcijo vzemite negativno predznačene skupne stroške bivanja oz. dodatnih voženj, ki jih imajo študentje v koaliciji).
 - b) Kako naj si v skladu Shapleyjevimi vrednostmi razdelijo stroške, če se Bojan in Cveto priselita k Aljažu?