

Izpit iz teorije iger

FMF, Oddelek za matematiko – univerzitetni študij
10. februar 2012

1. *Mora* je starodavna igra, ki se še danes igra zlasti v romanskem svetu (it. *morra*), znana pa je tudi v Istri. Bistvo igre je, da vsak od igralcev iztegne določeno število prstov in hkrati ugiba o skupnem številu iztegnjenih prstov.

Mora ima veliko različic. Tu bomo obravnavali različico za dva igralca, kjer vsak iztegne enega ali dva prsta in hkrati zakliče, koliko po njegovem znaša skupno število iztegnjenih prstov. Kdor ugane, dobi eno točko, če njegov nasprotnik ne ugane. Če ne ugane nobeden ali pa uganeta oba, nihče ne dobi nič.

Modelirajte to kot strateško igro: natančno opišite akcije in koristnostne funkcije. Nato poiščite vsaj eno mešano Nashevo ravnovesje.

2. Bayesova igra za dva igralca ima tri stanja, ω_1 , ω_2 in ω_3 . Prvi igralec dobi en signal od stanja ω_1 , drugega pa od stanj ω_2 in ω_3 . Drugi igralec pa dobi en signal od stanj ω_1 in ω_2 , drugega pa od stanja ω_3 . Na začetku oba igralca verjameta v verjetnosti stanj $\Pr(\omega_1) = 1/4$, $\Pr(\omega_2) = 1/4$, $\Pr(\omega_3) = 1/2$. Prvi igralec lahko igra potezi A ali B , drugi pa potezi L ali D . Dobitki pri posameznih stanjih in potezah so prikazani spodaj:

	Stanje ω_1 :		Stanje ω_2 :		Stanje ω_3 :	
	L	D	L	D	L	D
A	3, 8	4, 1	3, 0	9, 3	0, 3	3, 2
B	1, 0	5, 3	0, 2	6, 5	3, 5	5, 3

Poiščite mešana Bayesova ravnovesja. *Namig*: pomagajte si z dominacijami.

3. Dva igralca igrata karte. Vsaka karta ima svojo vrednost in vse vrednosti so različne. Najprej prvi igralec vrže eno karto. Nato drugi igralec vrže karto z višjo vrednostjo, če jo ima, nakar spet prvi igralec vrže karto s še višjo vrednostjo. Tako se izmenjujeta, dokler ne zmanjka kart. Tisti, ki je vrgel zadnji, dobi skupno vrednost vseh kart na kupu, nasprotnik pa ne dobi nič.

Recimo, da ima prvi igralec karte z vrednostmi 1, 3 in 5, drugi pa karte z vrednostmi 2, 4 in 6 (vsak pozna tudi nasprotnikove karte). Modelirajte to kot ekstenzivno igro in poiščite vgnezdena Nasheva ravnovesja.

4. Komisija ima 6 članov, eden izmed njih je predsednik. Pri sprejemanju sklepov, kjer glasujejo, velja, da je sklep sprejet, če zanj glasujejo vsaj štirje člani ali pa predsednik in še dva člana komisije.

Recimo, da ima komisija od nekega sprejetega sklepa korist, ki si jo razdelijo le tisti, ki so glasovali zanj (t. j. $v(S) = 1$, če je koalicija S dovolj močna, da lahko sama sprejme sklep, sicer pa je $v(S) = 0$). Poiščite Shapleyjeve vrednosti posameznih članov te komisije.