

Izpit iz teorije iger

FMF, Oddelek za matematiko – univerzitetni študij
11. februar 2013

1. Družbeniki Aljaž, Bogdan in Ciril vlagajo v skupen projekt. Njihove prispevke označimo z a , b in c . Privzamemo $a, b, c \geq 0$. Projekt je uspešen, če je $a + b + c \geq M$: v tem primeru skupaj dobijo 6000 evrov, v nasprotnem primeru ne dobijo nič. Če je projekt uspešen, si dobiček razdelijo sorazmerno s prispevki.

Družbeniki pa pri prispevanju v projekt niso enako učinkoviti oz. gospodarni: Aljaž ima s stroške 2 evra na enoto prispevka, Bogdan 3 evre in Ciril 4 evre na enoto prispevka (če je torej Cirilov prispevek enak 100, ga to stane 400 evrov).

Modelirajte to kot strateško igro in poiščite največjo vrednost parametra M , pri kateri obstaja (čisto) Nashevo ravnovesje, kjer je projekt uspešen in imata natanko dva izmed njih strogo pozitiven prispevek. Poiščite vsaj eno tako Nashevo ravnovesje.

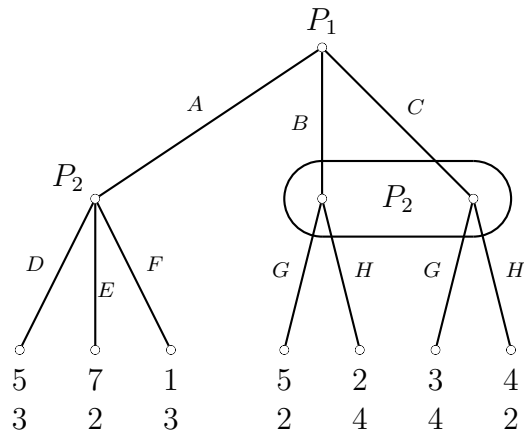
2. Bayesova igra za dva igralca ima tri stanja, ω_1 , ω_2 in ω_3 . Prvi igralec dobi en signal od stanja ω_1 in drugega od stanj ω_2 in ω_3 ; v slednjem primeru verjame, da je igra v stanju ω_2 s pogojno verjetnostjo $2/3$ in v stanju ω_3 s pogojno verjetnostjo $1/3$. Drugi igralec pa dobi en signal od stanja ω_2 in drugega od stanj ω_1 in ω_3 ; v slednjem primeru verjame, da je igra v vsakem od stanj ω_1 in ω_3 s pogojno verjetnostjo $1/2$. Dobitki pri posameznih stanjih in akcijah so prikazani spodaj:

Stanje ω_1 :			Stanje ω_2 :			Stanje ω_3 :		
	L	D		L	D		L	D
A	4, 5	4, 4	A	2, 5	2, 4	A	8, 5	8, 2
B	0, 3	3, 2	B	5, 2	5, 3	B	5, 3	8, 6
C	5, 3	1, 4	C	3, 3	0, 2	C	6, 7	9, 2

Poiščite mešana Bayesova ravnovesja igre.

OBRNI!

3. Poiščite čista vgnezdena Nasheva ravnovesja naslednje ekstenzivne igre z nepopolno informacijo:



4. Dana je naslednja karakteristična funkcija:

$$\begin{aligned}
 v(\emptyset) &= 0, & v(\{1\}) &= 1, & v(\{2\}) &= 2, & v(\{3\}) &= 1, \\
 v(\{1,2\}) &= a, & v(\{1,3\}) &= 3, & v(\{2,3\}) &= 4, & v(\{1,2,3\}) &= 8.
 \end{aligned}$$

Za katere a je ta funkcija superaditivna? Za najmanjši tak a skicirajte imputacije in jedro pripadajoče koalicijske igre.