

# Izpit iz teorije iger

FMF, Oddelek za matematiko – univerzitetni študij  
6. julij 2012

1. Dan je Cournotov model duopola: dva proizvajalca proizvedeta določeno količino blaga, prvi proizvajalec  $q_1$ , drugi pa  $q_2$ . Ko ga dasta na trg, se to blago proda po ceni  $36/(q_1 + q_2 + 1)$ . Stroški proizvodnje so za prvega proizvajalca enaki  $4q_1$ , za drugega pa  $3q_2 + c$ , če je  $q_2 > 0$ , in 0, če je  $q_2 = 0$ . Seveda privzamemo, da je  $q_1, q_2 \geq 0$  in  $c \geq 0$ . Obravnavajte čista Nasheva ravnovesja tega modela.

2. Naj bo  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ . Dokažite, da je vrednost matrične igre  $\begin{bmatrix} 5 & a & b \\ a & a & b \\ c & c & d \end{bmatrix}$  enaka vrednosti matrične igre  $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ .

3. Bayesova igra za dva igralca ima tri stanja,  $\omega_1, \omega_2$  in  $\omega_3$ . Prvi igralec dobi od vseh stanj isti signal in verjame v verjetnosti  $\Pr(\omega_1) = 1/2$ ,  $\Pr(\omega_2) = 1/4$ ,  $\Pr(\omega_3) = 1/4$ . Drugi igralec pa popolnoma pozna stanje igre. Prvi igralec lahko igra potezi  $A$  ali  $B$ , drugi pa potezi  $L$  ali  $D$ . Dobitki pri posameznih stanjih in potezih so prikazani spodaj:

	Stanje $\omega_1$ :		Stanje $\omega_2$ :		Stanje $\omega_3$ :	
	$L$	$D$	$L$	$D$	$L$	$D$
$A$	5, 8	7, 1	3, 0	0, 3	2, 3	3, 2
$B$	3, 0	1, 3	0, 2	7, 5	1, 5	5, 3

Poiščite mešana Bayesova ravnovesja.

4. Albert in Egon se potegujeta za torto. Najprej Albert ponudi Egonu kos torte, zase pa zadrži preostanek. Egon lahko sprejme ponujeni kos, v tem primeru ga seveda dobi, preostanek pa dobi Albert. Lahko pa Egon ponujeni kos zavrne: v tem primeru Egon ponujeni kos uniči in Albertu izpuli četrtino njegovega kosa. Modelirajte to kot ekstenzivno igro in poiščite vgnezdena Nasheva ravnovesja.