Izpit iz teorije iger

FMF, Oddelek za matematiko – univerzitetni študij
13. junij 2011

1. [30] Bayesova igra za dva igralca ima tri stanja, ω_1, ω_2 in ω_3. Prvi igralec dobi en signal od stanja ω_1, drugega pa od stanj ω_2 in ω_3. Drugi igralec pa dobi en signal od stanja ω_2, drugega pa od stanj ω_1 in ω_3. Na začetku oba igralca verjameta v verjetnosti stanj $\Pr(\omega_1) = 1/4$, $\Pr(\omega_2) = 1/4$, $\Pr(\omega_3) = 1/2$. Prvi igralec lahko igra potezi A ali B, drugi pa potezi L ali D. Dobitki pri posameznih stanjih in potezah so prikazani spodaj:

   Stanje ω_1:

	L	D
A	$2,0$	$3,1$
B	$1,5$	$0,7$

   Stanje ω_2:

	L	D
A	$1,1$	$1,3$
B	$1,2$	$1,4$

   Stanje ω_3:

	L	D
A	$7,0$	$1,4$
B	$1,3$	$4,1$

   Poiščite mešana Bayesova ravnovesja igre.

   Namig: pomagajte si z dominacijami.

2. [30] Igralca igrata naslednjo igro: najprej prvi igralec izbere število $a \in [0,1]$, nato pa drugi igralec izbere število $b \in [0,1]$. Če a in b nista oba enaka nič, prvi igralec dobi znesek $\dfrac{a+2b}{3(a+b)}$, drugi pa znesek $\dfrac{2a+b}{3(a+b)}$. Če pa sta a in b oba enaka nič, prvi igralec dobi znesek $p \in [0,1]$, drugi igralec pa dobi znesek $1-p$. Določite vgnezdena Nasheva ravnovesja igre v odvisnosti od p (med drugim torej raziščite, za katere p le-ta sploh obstajajo).

3. [40] Amanda, Bojan in Ciril se odločajo, ali bodo sodelovali pri skupnem projektu, ki je izvedljiv, če sodeluje Amanda in vsaj še eden od igralcev. Če se skupni projekt izvede, si igralci, ki pri njem sodelujejo, razdelijo 120 evrov. Vsak igralec, ki ne dela pri skupnem projektu, pa dobi 50 evrov (in če se skupni projekt ne izvede, prav tako vsak dobi po 50 evrov).

   a) [20] Zapišite to kot strateško igro in poiščite čista Nasheva ravnovesja.

   b) [20] Zapišite koalicijsko igro, ki pripada strateški igri iz prejšnje točke, t. j. izračunajte karakteristično funkcijo, in izračunajte Shapleyjeve vrednosti igralcev.