2. kolokvij in izpit iz teorije iger

FMF, Oddelek za matematiko – univerzitetni študij
26. januar 2012

1. Dva igralca dobita vsak po eno izmed treh možnih nagrad; nagradi, ki ju dobita, sta različni in izbrani na slepo. Vsak igralec ocenjuje vrednost nagrade po svoje – v spodnji tabeli so podane subjektivne vrednosti posameznih nagrad:

Nagrada	P_1	P_2
A	1	4
B	3	1
C	4	2

   Po razdelitvi igralca lahko izmenjata svoji nagradi, če se oba s tem strinjata; pri tem pa posamezen igralec ve samo, katero nagrado je dobil on, ne pa tudi, katero nagrado je dobil drugi igralec.

   a) Modelirajte to kot Bayesovo igro.
   b) Določite, do katerih menjav lahko pride v **čistih** Bayesovih ravnovesjih.
   c) Ali obstaja **čisto** Bayesovo ravnovesje, pri katerem nikoli ne pride do menjave?

2. Dva kupca se potegujeta za določen predmet. Najprej da ponudbo prvi kupec. Nato lahko drugi kupec da večjo ponudbo ali pa odstopi. V prvem primeru dobi predmet po svoji ceni drugi kupec, v drugem primeru pa prvi kupec. Ponudbe morajo biti iz množice naravnih števil.

   Recimo, da ima predmet za oba kupca vrednost 100. Modelirajte to kot ekstenzivno igro in poiščite vgnezdena Nasheva ravnovesja.

3. Dana je bimatrična igra z matrikama dobitkov:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 4 \\ 7 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 5 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 6 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \\ 3 & 2 & 3 \end{bmatrix},$$

   ki jo gledamo kot kooperativno igro. Določite njeno rešitev (glede na sredinski sporazum) in točko nesporazuma.

4. Dana je funkcija:

$$v(\emptyset) = 0\,, \quad v(\{1\}) = 1\,, \quad v(\{2\}) = 2\,, \quad v(\{3\}) = 1\,,$$
$$v(\{1,2\}) = 4\,, \quad v(\{1,3\}) = 3\,, \quad v(\{2,3\}) = t\,, \quad v(\{1,2,3\}) = 6\,.$$

   a) Določite vrednosti parametra t, pri katerih je v superaditivna.
   b) Za največji tak t narišite jedro in poiščite Shapleyjeve vrednosti ustrezne koalicijske igre.