

2. kolokvij in izpit iz teorije iger

FMF, Oddelek za matematiko – univerzitetni študij
21. januar 2013

1. Bayesova igra za dva igralca ima tri stanja, ω_1 , ω_2 in ω_3 . Prvi igralec dobi en signal od stanj ω_1 in ω_2 , drug signal pa od stanja ω_3 . Drugi igralec dobi od vseh treh stanj isti signal. Oba igralca verjameta v verjetnosti stanj $\Pr(\omega_1) = 1/2$, $\Pr(\omega_2) = 1/4$, $\Pr(\omega_3) = 1/4$. Prvi igralec lahko igra potezi A ali B , drugi pa potezi L ali D . Dobitki pri posameznih stanjih in potezah so prikazani spodaj:

| | Stanje ω_1 : | | Stanje ω_2 : | | Stanje ω_3 : | |
|-----|---------------------|------|---------------------|-------|---------------------|-------|
| | L | D | L | D | L | D |
| A | 6, 1 | 5, 1 | 3, 5 | 8, 0 | 1, 1 | 5, 10 |
| B | 4, 3 | 1, 7 | 4, 8 | 10, 0 | 2, 13 | 3, 2 |

Poiščite mešana Bayesova ravnovesja igre.

2. Dana je ekstenzivna igra za dva igralca, ki sta izmenoma na potezi. Igralec, ki je na potezi, ima dve možnosti: lahko pobere 60% nagradnega sklada, nasprotnik pa dobi 40% in s tem je igre konec. Druga možnost pa je, da igralec reče naprej. Nagradni sklad sprva znaša 10 evrov in se vsakič, ko igralec na potezi reče naprej, poveča za 10 evrov. To traja, dokler sklad ne doseže 100 evrov. V tem primeru igralec, ki je na potezi, pobere 60, njegov nasprotnik pa 40 evrov in igre je konec. Narišite drevo igre in poiščite vgnezdene Nasheve ravnovesja.
3. Dana je igra za dva igralca, pri kateri lahko prvi igralec z verjetnostjo $2/3$ izbira med možnostjo, da mu drugi igralec plača 1 evro in je igre konec, in možnostjo, da miruje. Z verjetnostjo $1/3$ pa prvi igralec mora mirovati. Če je prvi igralec miroval, je na potezi drugi igralec, ki lahko pokaže rdečo ali modro karto. Če drugi igralec pokaže rdečo karto in je imel prvi prej možnost od njega zahtevati plačilo (a tega ni izkoristil), mora zdaj prvi drugemu plačati 2 evra; če pa prvi ni imel možnosti zahtevati plačila, drugi plača prvemu 2 evra. Obratno pa je, če drugi igralec pokaže modro karto: v tem primeru drugi plača prvemu 2 evra, če je imel slednji možnost zahtevati plačilo, in prvi plača drugemu 2 evra, če prvi ni imel možnosti zahtevati plačila. Drugi igralec, ko pride na potezo, ne ve, ali je imel prvi igralec možnost povleči potezo ali ne. Modelirajte to kot ekstenzivno igro z nepopolno informacijo in poiščite mešana Nasheva ravnovesja.

4. Strateški igri za dva igralca:

| | L | D |
|-----|------|------|
| A | 6, 2 | 3, 3 |
| B | 2, 2 | 7, 3 |
| C | 5, 3 | 6, 3 |

priredimo kooperativno igro s prenosljivo dobrino in sporazumom po Nashu. Poiščite točko nesporazuma, ki izhaja iz groženj, in določite, kako si igralca razdelita dobiček, če se sporazumeta.